

Vous donnerez des réponses concises : faites-moi des réponses courtes mais précises!!

Nom et prénom :

CORRIGÉ

Note :

1. MODÈLE DE DRUDE :

a) écrire l'équation différentielle correspondant au modèle de Drude

$$m \vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\lambda \vec{v} + q \vec{E} \quad \text{donc} \quad \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

b) en déduire l'expression de la "mobilité" μ d'une charge mobile, qui correspond à $\vec{v} = \mu \vec{E}$

$$\text{RP: } \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \lambda \vec{v} = q \vec{E} \quad \text{donc} \quad \vec{v} = \frac{q}{\lambda} \vec{E} \quad \text{donc} \quad \mu = \frac{q}{\lambda}.$$

c) en déduire l'expression de la conductivité γ dans le cadre de ce modèle

chm base: $\vec{j}_e = \gamma \vec{E} = \rho \vec{v} = -n^+ e \vec{v}$ pour des e^- de densité n^+ ($[n^+] = m^{-3}$)

donc $\gamma \vec{E} = -n^+ e \times \frac{q}{\lambda} \vec{E} = \frac{n^+ e^2}{\lambda} \vec{E}$

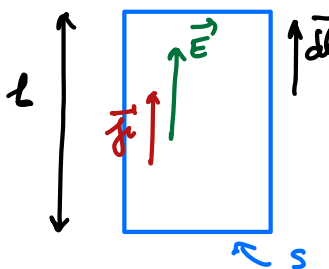
d'où $\gamma = \frac{n^+ e^2}{\lambda}.$

2. LOI D'OHM LOCALE :

a) expression de la loi d'Ohm locale associée à $\vec{j}_e$

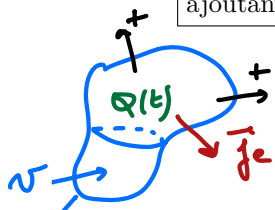
$$\vec{j}_e = \gamma \vec{E}.$$

b) pour un matériau conducteur cylindrique de conductivité γ , de section $S = \pi a^2$ et de longueur ℓ , faire un schéma annoté et démontrer l'expression de la résistance électrique R



$$R = \frac{U}{I} = \frac{\int_S \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\int_S \vec{j}_e \cdot d\vec{S}} = \frac{E \times \ell}{\gamma E \cdot S} = \frac{1}{\gamma} \frac{\ell}{S} = \frac{1}{\gamma} \times \frac{\ell}{\pi a^2}$$

3. LOI DE CONSERVATION LOCALE DE LA CHARGE : écrire et démontrer la relation différentielle de conservation associée à la charge volumique notée ρ , en supposant qu'il n'y a pas de puits ou de sources de charges, puis en ajoutant le terme p_e qui en tient compte. Quelle est la dimension de p_e ?



$$-\frac{dQ}{dt} = \oint_S \vec{j}_e \cdot d\vec{S} \quad \text{donc} \quad -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} d^3v \stackrel{q_0}{=} \iiint_V \text{div} \vec{j}_e \cdot d^3v, \forall v$$

donc $\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_e = 0}$

5 Quand il y a un puits ou une source, il y a une variation de $Q(t)$ qui est due aussi à $\iiint_V p_e d^3v$ donc $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j}_e = p_e$ avec $[p_e] = \frac{C}{m^3 \cdot s}$

4. CHAMP MAGNÉTIQUE *

On considère un cylindre infini d'axe Oz parcouru par un courant surfacique $\vec{j}_s = j_s \vec{u}_z$

(a) Faire un schéma annoté

(b) Quelle est la dimension de j_s ? $[j_s] = \left[\frac{I}{L}\right] = A \cdot m^{-1}$

(c) Par le th. d'Ampère, exprimer $\vec{B}$ en un point M intérieur ou extérieur au cylindre

(d) faire le tracé de B en fonction de r

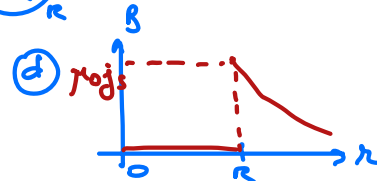
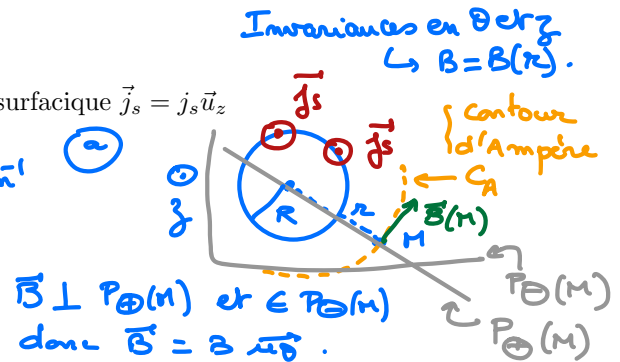
③ $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = B(r) \times 2\pi r$

ca intérieur $\rightarrow r < R : I_{enc} = 0$

extérieur $\rightarrow r > R : I_{enc} = 2\pi R j_s$

donc $\vec{B}(r > R) = \frac{\mu_0 2\pi R j_s}{2\pi r} \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 R j_s}{r} \vec{u}_\theta$

et $\vec{B}(r < R) = \vec{0}$



5. CHAMP ÉLECTROSTATIQUE *

(a) énoncer les équations de Maxwell avec leur nom

(b) à l'aide de MG, établir les expressions du champ $\vec{E}$ à l'intérieur et à l'extérieur d'une sphère de centre O et de rayon R , pour des coordonnées (r, θ, φ) . On utilisera σ : charge en surface

$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \text{div}(\vec{A}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$

$\vec{E} = E(r) \vec{u}_r$ $\text{div}(\vec{E}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 E_r) + 0 = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

intérieur: $\rho = 0 \Rightarrow \text{div} \vec{E} = 0$ et $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 E_r) = 0$

donc $r^2 E_r = a \Rightarrow E_r = \frac{a}{r^2}$. et on sait (plans $P_{\Theta(M)}$) que $E(0) = 0$ donc $a = 0$

donc $E(r < R) = 0$ extérieur: $\rho = 0 \Rightarrow r^2 E_r = b \Rightarrow E_r(r > R) = \frac{b}{r^2}$. et on sait

que $E(R^+) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - 0$ donc $\frac{b}{R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \Rightarrow b = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E_r(r > R) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$

6. CHAMP ÉLECTROSTATIQUE *

(a) définir le moment dipolaire $\vec{p}$. Faire un schéma annoté.

(b) exprimer le potentiel $V(M)$ loin du dipôle

(c) en déduire $\vec{E}$ pour ce dipôle

(d) tracer les LDC et les isoV d'un dipôle en ajoutant au schéma la position du dipôle $\vec{p}$

① $\vec{p} = q \vec{NP}$

② $V(r)$ pour $r \gg a$ donne :

$V(r) = V_{N \rightarrow r} + V_{P \rightarrow r} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$

avec $NP =$