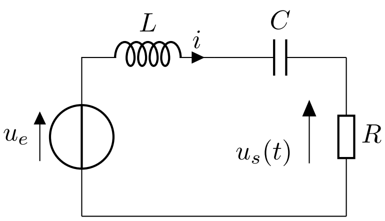
Nom et prénom : CORRECTION.

Note :

notez que l'on peut écrire $\underline{H} = \dfrac{-j\,\omega/\omega_0}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$

Interrogation 1

1. Electricité : filtre en régime sinusoïdal



1. 1 Exprimer la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{u_s}{u_e}$ avec $u_e = E\cos(\omega\, t)$
1. 2 Exprimer les limites quand $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$
1. 3 Tracer le diagramme asymptotique de Bode
1. 4 Quelle est la nature du filtre ?
1. 5 Pourquoi parle-t-on de résonance de courant ?
1. 6 Étudier le filtrage linéaire d'un signal non sinusoïdal à partir d'une analyse spectrale. (Par exemple pour un créneau)

$\boxed{1.1}$ $\dfrac{u_s}{u_e} = \dfrac{R}{R+jL\omega+Z_C} = \dfrac{jRC\omega}{1+jRC\omega-LC\omega^2}$

$\underline{H} = \dfrac{1}{1+j\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)} = \dfrac{1}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$

cas du RLC série

et $\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \\ Q\omega_0 = 1/RC \\ Q/\omega_0 = L/R \end{cases}$

$\Rightarrow Q^2 = \frac{1}{R^2}\times\frac{L}{C}$

$\Rightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$

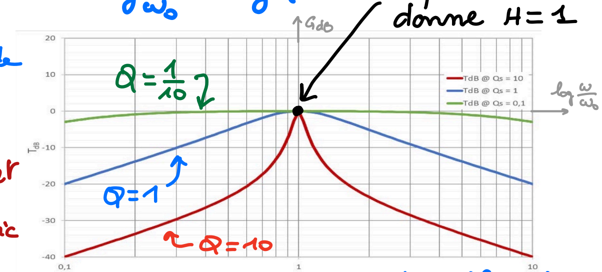
$\boxed{1\text{-}2}$ $H(\omega\to 0) \simeq jRC\omega = \dfrac{j\omega}{Q\omega_0} \to 0$

$H(\omega\to\infty) \simeq \dfrac{jRC\omega}{LC(j\omega)^2} = \dfrac{R}{jL\omega} = \dfrac{\omega_0}{jQ\omega} \to 0$

$\boxed{1\text{-}3}$ $G_{dB}(\omega\to 0) \simeq 20\log(RC\omega) = -20\log Q + 20\log\frac{\omega}{\omega_0}$

$G_{dB}(\omega\to\infty) \simeq -20\log\left(\frac{L\omega}{R}\right) = -20\log\frac{\omega}{\omega_0} - 20\log Q$

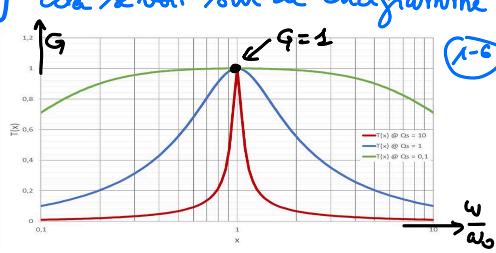
imposé car $\omega=\omega_0$ donne $H=1$



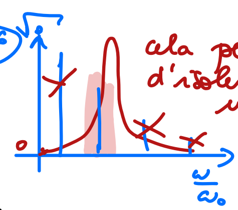
$\boxed{1\text{-}4}$ c'est un filtre passe-bande

⚠ l'intersection des asymptotes dépend de Q et décroît sur l'axe vertical quand $Q\nearrow$

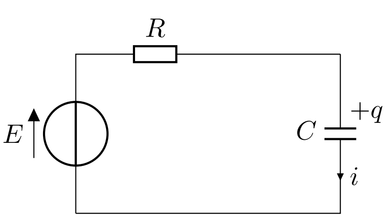
$\boxed{1\text{-}5}$ cela se voit sur le diagramme réel :



$\boxed{1\text{-}6}$



2. Régimes transitoires



La tension E est constante. Le générateur est allumé "depuis longtemps".
On éteint ce générateur à l'instant $t = 0$ (donc sa tension passe à 0)

2. 1 Le condensateur est chargé à $t = 0^-$ avec une charge non nulle à déterminer.
Etablir l'expression de $q(t > 0)$ en fonction de R, E et C
2. 2 Tracer $q(t)$

chargé initialement : $t<0$, $i=0$, $E=\frac{q}{C}$

$q(0^+) = q(0^-) = EC$

continuité de q

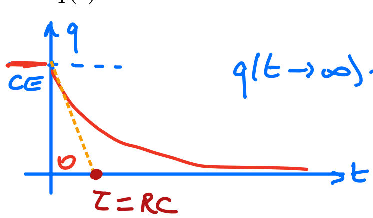
on passe de E à 0

$\boxed{2\text{-}1}$ $\dfrac{q}{C} + R\dfrac{dq}{dt} = 0$ pour $t>0$

donc $\begin{cases} q(t) = Ke^{-t/RC} \\ q(0^+) = EC \end{cases}$

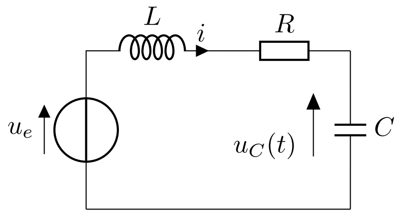
donc $q(t) = EC\,e^{-t/RC}$

$\boxed{2\text{-}2}$



$q(t\to\infty) = 0$

3. Circuit RLC : étude du régime libre (non forcé)



3. 1 Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q.

3. 2 Décrire la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité Q.

3. 3 Mettre en évidence la similitude des comportements des oscillateurs mécanique et électronique.

RLC série : $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$Q = \frac{L\omega_0}{R}$

$\hookrightarrow Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

3-1 $u_e = L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$

$\hookrightarrow \frac{u_e}{L} = \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC}$

$\frac{u_e}{L} = \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dq}{dt} + q\omega_0^2$

3-2 éq. caractéristique en supposant $q = Ae^{rt}$

donc pour $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dq}{dt} + q\omega_0^2 = 0$

on a donc $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$ $\quad 2\lambda$

donc $r_{1,2} = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$ donc $\lambda < \omega_0 \Rightarrow$ régime pseudo-périodique.

$\left(\rightarrow \left(\frac{\omega_0}{2Q}\right)^2 < \omega_0^2 \rightarrow (2Q)^2 > 1 \rightarrow Q > \frac{1}{2}\right)$.

et $\lambda > \omega_0 \Rightarrow$ régime apériodique ($Q < \frac{1}{2}$).

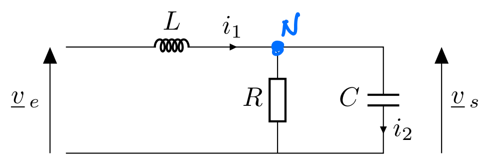
3.3 $m \longleftrightarrow L$ $\quad \alpha v \longleftrightarrow Ri$

$k \longleftrightarrow 1/C$ $\quad x \longleftrightarrow q$

$v \longleftrightarrow i$

4. Montage électrique

On considère un signal $v_e(t) = V\cos(\omega t)$



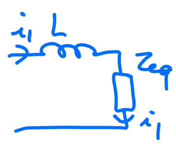
4. 1 A quelle condition peut-on appliquer le diviseur de tension ici ?

4. 2 En déduire la fonction de transfert $H = \frac{v_s}{v_e}$

4. 3 Quel est la nature de ce filtre ? Diagramme de Bode rapide.

4. 4 Quelle est l'expression de i_1 en fonction de v_e ?

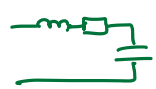
4. 5 En déduire avec un diviseur de courant l'expression de i_2 en fonction de v_e

4-1 

il faut le même courant dans les deux dipôles donc on utilise l'impédance équivalente Z_e telle que

$Y_e = \frac{1}{Z_e} = \frac{1}{R} + jC\omega$.

4-2 $\frac{v_s}{v_e} = \frac{Z_e}{Z_e + jL\omega} = \frac{1}{1 + Y_e jL\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{L\omega}{R} - LC\omega^2}$.

Rem  $H = \frac{Z_C}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$ donc le facteur de qualité Q n'est pas le même

4-3 on a un passe-bas du 2e ordre (avec une résonance de tension en fonction de la valeur de Q)

4-4 avec Z_e et la loi d'Ohm : $i_1 = \frac{v_e}{Z_L + Z_e}$

4-5 $i_2 = i_1 \times \frac{R}{R + Z_C}$ donc $i_2 = \frac{v_e}{Z_L + Z_e} \times \frac{R}{R + Z_C} = \frac{v_e Y_e}{1 + Y_e Z_L} \times \frac{RY_C}{1 + RY_C}$

donc $i_2 = v_e \times \frac{\frac{1}{R} + jC\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega - LC\omega^2} \times \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = v_e \times \frac{jC\omega}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}$

Rem : idem avec $v_s = H v_e$ et $i_2 = \frac{v_s}{Z_C} = jC\omega v_s$