

Version numérique de votre "copie" (PDF de moins de 4Mo) à déposer sur l'ENT en utilisant le cahier de texte numérique. Scan avec votre téléphone et une application dédiée. Ce devoir assez court de démarrage est déposé à la date du mardi 2 et doit être rendu lundi 8.

EXTRAIT DE SUJET D'ÉCRIT

1. Impédance équivalente.

Un dipôle électrocinétique est alimenté par un générateur de courant alternatif sinusoïdal de pulsation ω . La différence de potentiel à ses bornes s'écrit en convention récepteur :

$$u(t) = U_0 \cos(\omega \cdot t)$$

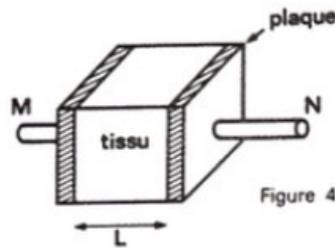
et l'intensité du courant qui le traverse :

$$i(t) = I_0 \cos(\omega \cdot t - \varphi)$$

1. 1 Rappeler les expressions complexes correspondantes. On les notera \underline{u} et \underline{i} .
1. 2 La relation $\underline{u} = \underline{Z}_D \times \underline{i}$ définit l'impédance complexe \underline{Z}_D du dipôle. Quelle relation lie U_0, I_0 et le module Z_D de \underline{Z}_D ?
1. 3 Un dipôle 1 est un résistor de résistance R et le dipôle 2 est un condensateur de capacité C . On les associe en série. Calculer \underline{Z}_T l'impédance de l'association puis son module Z_T .

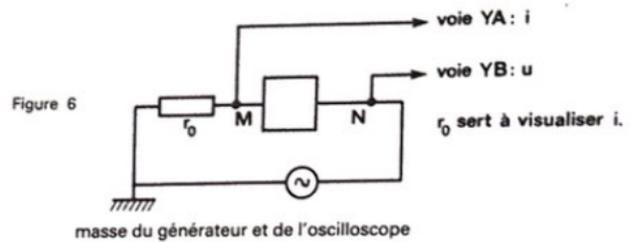
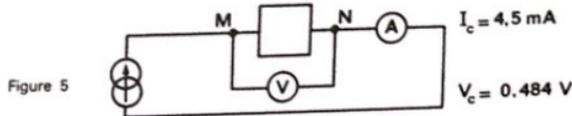
2. Modèle global de plastique conducteur

Un morceau de plastique conducteur ayant la forme d'un cube d'arête $L = 1 \text{ cm}$ (voir fig. 4) est placé entre deux électrodes métalliques planes, carrées, de côté L , pourvues de liaisons d'alimentation électrique.



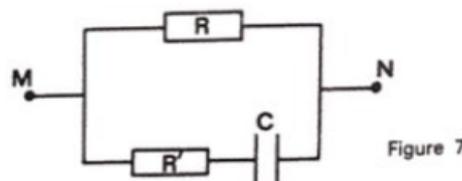
Le dipôle MN ainsi réalisé a donné les résultats suivants :

- alimenté en courant continu (fig. 5), la différence de potentiel à ses bornes est $V_C = 0,484 \text{ V}$ quand le courant qui le traverse est $I_C = 4,5 \text{ mA}$.



- alimenté en courant alternatif (fig. 6), on mesure un courant $I_1 = 8,50 \text{ mA}$, si $V_1 = 509 \text{ mV}$. Cette mesure est faite à la fréquence de 10 mégahertz (dix millions d'Hertz) et on constate sur l'oscilloscope que les deux signaux u et i sont en phase. Les valeurs I_1 et V_1 sont les valeurs maximales.

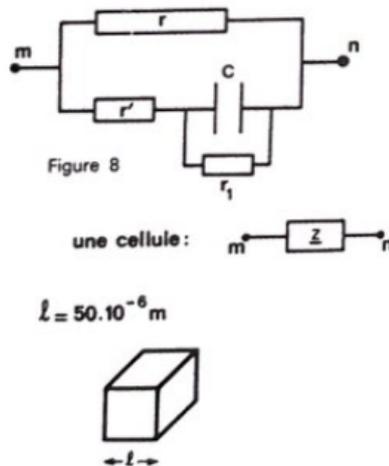
2. 1 Pour interpréter ces résultats, on modélise le dipôle MN par le schéma de la figure 7. La résistance R rend compte de la conduction par les fibres plastiques dopées ; R' représente la résistance du milieu en série avec la capacité C due aux membranes internes au matériau.



- 2. 2 Que vaut cette impédance \underline{Z} en courant continu ? On notera Z_0 cette valeur. Donner le schéma équivalent.
- 2. 3 Que vaut \underline{Z} pour des pulsations très grandes ? (on notera Z_∞ la limite pour ω infini et l'on considérera que 10 mégahertz est l'infini pour ω).
- 2. 4 A la fréquence de 50 kilohertz, les signaux sur l'oscilloscope sont déphasés et les mesures faites sur ces signaux permettent de calculer la valeur du produit $R' \cdot C \cdot \omega$ qui vaut : 0,20 . Calculer alors C et le déphasage de i par rapport à u observé à cette fréquence.

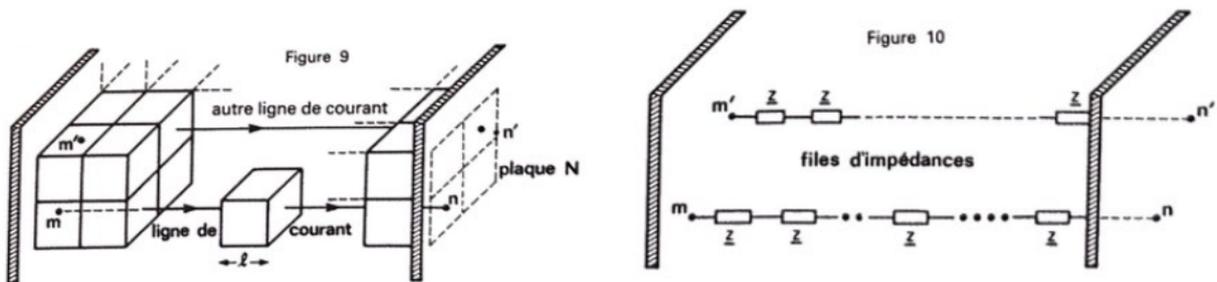
3. Amélioration du modèle global de plastique conducteur : utilisation d'un modèle microscopique

Les résultats précédents peuvent être interprétés grâce à un modèle microscopique du dipôle MN par une association de cellules microscopiques notées mn . Une cellule peut être modélisée selon le schéma de la figure 8 : r représente la résistance du gel entre les cellules, r' celle des fibres de plastique et c la capacité de la membrane de mn ; la résistance r_1 est celle de la membrane (le liant entre les deux parois n'est pas parfaitement isolant). Bien noter que les caractéristiques d'une cellule sont désignées par des minuscules r, r', c .



- 3. 1 Calculer l'impédance z_1 de la cellule mn . En général la résistance r_1 est très grande devant toutes les autres impédances du modèle ; donner alors l'expression z approchée de cette impédance en fonction de r, r', c, ω . Préciser l'approximation faite.
- 3. 2 Le cube de tissu plastique de la partie précédente est assimilé à un empilement de cellules élémentaires : cube d'arête ℓ , de longueur $\ell = 50$ micromètres (fig. 9) qui contient une cellule et du gel. Chaque petit cube correspond au modèle de la figure 8 . On pose $L = n \cdot \ell$ qui définit n .

Le cube de tissu plastique se comporte donc comme un ensemble d'impédances z ; les lignes de courant étant perpendiculaires aux plaques, les connexions sont précisés sur la figure 10 : fils d'impédances z en série le long d'une ligne de courant d'une plaque à l'autre, ces fils étant reliés en parallèle entre elles grâce aux plaques. Calculer l'impédance d'une file, le nombre de files, l'impédance globale.



- 3. 3 En déduire la relation entre \underline{Z}, z et n .
- 3. 4 Comparant alors les expressions de \underline{Z} en fonction de R, R', C à celles de z en fonction de r, r', c , cet n , déduire les caractéristiques d'une cellule mn à partir de celles du dipôle MN .
- 3. 5 Calculer numériquement r, r', c . Cette valeur de c vous paraît-elle en accord avec un modèle simple électrostatique de condensateur pour une membrane dont les "plaques" seraient séparées d'une épaisseur estimée à 7,5 nanomètres, de surface 2500 micromètres carrés, la permittivité du liquide entre les parois étant :

$$\varepsilon = 85 \cdot \varepsilon_0 \text{ et } \varepsilon_0 = 1 / (36 \cdot \pi \cdot 10^9) \text{ USI.}$$