

DL 6 pour le jeudi 30 janvier 2025

INTENSITÉ SONORE

La puissance sonore instantanée $\mathcal{P}(x, t)$ transportée par l'onde plane progressive à travers une surface $\vec{S} = S \vec{e}_x$ orthogonale à la direction de propagation $\vec{e}_x$, est définie par : $\mathcal{P}(x, t) = \vec{\pi}(x, t) \cdot \vec{S}$, où $\vec{\pi}(x, t)$ est le vecteur densité volumique de courant d'énergie ou puissance surfacique transportée : $\vec{\pi}(x, t) = p(x, t) \vec{v}(x, t)$.

L'intensité $I(x)$ de l'onde sonore est, par définition, la valeur de la puissance moyenne temporelle transférée par l'onde sonore à travers une surface unité d'abscisse x perpendiculaire à sa direction de propagation Ox : $I(x) = \langle \pi \rangle$.

► Si $a(M, t)$ et $b(M, t)$ sont deux fonctions sinusoïdales de même pulsation, $\underline{a}$ et $\underline{b}$ leurs représentations complexes associées, alors la valeur moyenne temporelle, notée $\langle a.b \rangle$, du produit $a(M, t).b(M, t)$, est obtenue par la relation :

$$\langle a.b \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{a} \underline{b}^* \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{a}^* \underline{b} \right], \text{ et en particulier } \langle a^2 \rangle = \frac{1}{2} |\underline{a}|^2.$$

$$|\underline{a}| = \sqrt{\underline{a} \underline{a}^*} \text{ est le module de la grandeur complexe } \underline{a}.$$

Le domaine de fréquences accessibles à l'oreille humaine s'étend de 20 Hz à environ 20 kHz. A une fréquence de 1 kHz, l'oreille est capable de percevoir un son dont la densité de courant énergétique vaut $10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ et la perception devient douloureuse à 1 W.m^{-2} . Vu l'énorme différence d'ordre de grandeur entre ces valeurs extrêmes, une échelle logarithmique s'impose. Le seuil de perception $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ est pris comme référence et, à une densité de courant énergétique I (en W.m^{-2}), est associée une intensité sonore en décibel définie par :

$$I_{\text{dB}} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right).$$

L'émetteur, en $x = 0$, génère une vibration sinusoïdale de pulsation ω de la forme :

$$u(0, t) = U_m \cos(\omega t).$$

U_m représente l'amplitude du déplacement. L'onde plane progressive qui se propage le long du tuyau supposé infini selon la direction Ox est représentée par :

- en notation réelle : $u(x, t) = U_m \cos(\omega t - kx),$
- en notation complexe : $\underline{u}(x, t) = U_m \exp[j(\omega t - kx)].$

C1. Déterminer le nombre d'onde k en fonction de ω et de la célérité C de l'onde. Que représente-t-il ? Retrouver, en fonction de μ_0 et C , l'expression de l'impédance caractéristique du fluide : $Z = \frac{p(x, t)}{v(x, t)}$. Déterminer P_m et V_m , les valeurs maximales de $p(x, t)$ et $v(x, t)$, en fonction de ω , μ_0 , C et de l'amplitude U_m .

C2. Quelle est l'expression de l'intensité acoustique $I = \langle \pi \rangle$ pour l'onde plane progressive harmonique en fonction de P_m et de l'impédance caractéristique du fluide Z ?

- C3.** Exprimer la puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ transportée à travers une conduite de section constante S_0 , en fonction de P_m et de l'impédance acoustique de la conduite Z_a .
- C4.** L'onde sonore de fréquence 1 kHz se propage dans l'air d'impédance caractéristique Z_{air} . Le tableau suivant donne, au seuil de perception et au seuil de douleur, les ordres de grandeur des intensités I_{dB} en décibel, ainsi que les pression, vitesse et amplitude maximales des vibrations notées respectivement P_m , V_m et U_m :

	I (en W.m^{-2})	I (en dB)	P_m (en Pa)	V_m (en m.s^{-1})	U_m (en m)
seuil de perception	10^{-12}	0	$3 \cdot 10^{-5}$	$0,7 \cdot 10^{-7}$	10^{-11}
seuil de douleur	1	120	30	$0,7 \cdot 10^{-1}$	10^{-5}

Justifier « l'approximation acoustique ». Commenter succinctement la sensibilité de l'oreille et son domaine d'audition.

- C5.** Quelle est, en décibels, l'intensité sonore résultant de la superposition de deux ondes sonores émises par deux sources indépendantes d'intensité 60 dB ?
Donnée : $\log 2 \approx 0,3$.

REFLEXION ET TRANSMISSION EN INCIDENCE NORMALE

D / TUYAU SONORE : INFLUENCES DES FLUIDES ET D'UN RACCORDEMENT

Une conduite est constituée de deux tubes cylindriques de sections respectives S_1 et S_2 , de même axe $x'x$ et séparés par le plan $x = 0$. Deux fluides non miscibles se répartissent de part et d'autre de ce plan (figure 2).

- $x < 0$: le fluide 1 est de masse volumique μ_1 ; le son s'y propage à la célérité C_1 ;
- $x > 0$: le fluide 2 est de masse volumique μ_2 ; le son s'y propage à la célérité C_2 .

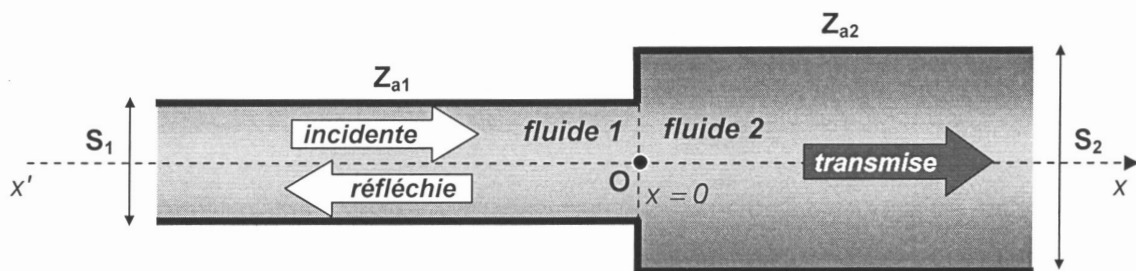


Figure 2

Les impédances acoustiques Z_{a1} et Z_{a2} des tubes de sections respectives S_1 et S_2 sont liées aux impédances caractéristiques Z_1 et Z_2 des milieux par les relations :

$$\left\| \begin{aligned} Z_{a1} &= \frac{\mu_1 C_1}{S_1} = \frac{Z_1}{S_1} \text{ pour } x < 0 \\ Z_{a2} &= \frac{\mu_2 C_2}{S_2} = \frac{Z_2}{S_2} \text{ pour } x > 0 \end{aligned} \right\| \text{ avec } \alpha = \frac{Z_{a1}}{Z_{a2}}.$$

Une onde de pression plane progressive harmonique incidente $p_i(x, t)$ se propage dans le milieu 1 selon le sens des x croissants. La discontinuité de l'impédance au niveau du raccordement donne naissance en $x = 0$ à :

- une onde de pression transmise dans le milieu 2, $p_t(0, t)$ dont la puissance est $\mathcal{P}_t$,
- une onde de pression réfléchie dans le milieu 1, $p_r(0, t)$ dont la puissance est $\mathcal{P}_r$.

Les pressions acoustiques incidente, transmise et réfléchi s'expriment par :

$$p_i(x, t) = P_{im} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{C_1} \right) \right] \quad p_t(x, t) = P_{tm} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{C_2} \right) \right] \quad p_r(x, t) = P_{rm} \cos \left[\omega \left(t + \frac{x}{C_1} \right) \right]$$

La puissance moyenne $\langle \mathcal{P} \rangle$ est associée à l'onde incidente. Les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance sont définis par les valeurs absolues des rapports des puissances moyennes transportées :

$$R = \frac{|\langle \mathcal{P}_r \rangle|}{|\langle \mathcal{P}_i \rangle|} \quad \text{et} \quad T = \frac{|\langle \mathcal{P}_t \rangle|}{|\langle \mathcal{P}_i \rangle|}.$$

D1. Montrer que le déplacement incident, correspondant à $p_i(x, t)$, s'écrit sous la forme :

$$u_i(x, t) = U_{im} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{C_1} \right) - \frac{\pi}{2} \right]. \text{ Exprimer } U_{im} \text{ en fonction de } P_{im}, \omega, C_1 \text{ et } \mu_1.$$

D2. Donner les puissances moyennes transportées $\langle \mathcal{P}_i \rangle$, $\langle \mathcal{P}_r \rangle$ et $\langle \mathcal{P}_t \rangle$ en fonction de P_{im} , P_{rm} , P_{tm} et des impédances acoustiques des tubes, notées Z_{a1} et Z_{a2} .

D3. Enoncer, en les justifiant, les conditions de passage de l'onde à l'interface des deux fluides. En déduire deux équations reliant P_{im} , P_{rm} , P_{tm} et α .

D4. Déterminer, en fonction de α , les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude de pression : $r_p = \frac{p_r(0, t)}{p_i(0, t)}$ et $t_p = \frac{p_t(0, t)}{p_i(0, t)}$.

D5. Exprimer les coefficients de réflexion R et de transmission T en puissance à travers l'interface en fonction du seul coefficient α .
Quelle relation existe-t-il entre R et T ? Que traduit-elle ?

Influence des deux milieux pour une conduite de section constante : $S_1 = S_2 = S_0$

La discontinuité de l'impédance au niveau du raccordement est liée à la différence de nature entre les deux fluides.

D6. Le milieu **2** est l'air, d'impédance caractéristique Z_{air2} et le milieu **1** l'intérieur du corps humain dont les constituants sont caractérisés par une impédance caractéristique $Z_{corps1} \gg Z_{air2}$. Evaluer r_p et t_p , puis T et R . Commenter.

Calculer l'atténuation en décibel $T_{dB} = 10 \log(T)$, correspondant au coefficient de transmission $T = 1,7 \cdot 10^{-3}$. Pourquoi le médecin utilise-t-il un stéthoscope pour écouter les battements cardiaques ou les murmures respiratoires ? Donnée : $\log 17 \approx 1,2$.

Influence du raccordement des deux conduites pour un fluide unique : $\alpha = S_2/S_1$

Un fluide de masse volumique au repos μ_0 dans lequel le son se propage à la célérité C occupe la conduite constituée des deux tubes de sections différentes S_1 et S_2 . La discontinuité de l'impédance au niveau du raccordement est représentée par le changement de section.

D7. Tracer l'allure de la fonction $R(\alpha)$. Pour quelle valeur de α , y a-t-il adaptation de l'impédance ? Commenter les cas limites : $S_2 \ll S_1$ et $S_2 \gg S_1$.