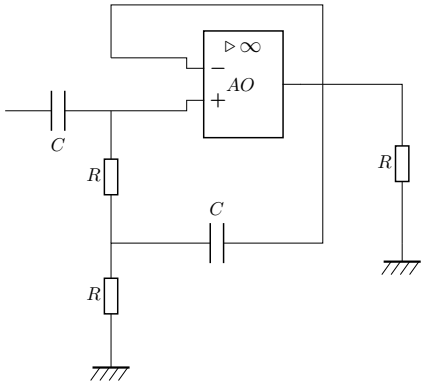
Devoir en temps libre n°2
Corrigé

1. Etude d'un montage à ALI



1. Préalablement à l'étude en régime forcé sinusoïdal, on cherche à étudier la stabilité du circuit. Ecrire l'équation différentielle associée à ce montage. Discuter de la stabilité des solutions.
   ATTENTIOn : on part des équations des mailles et des noeuds. On écrit entre E et la "borne non inverseuse" notée ⊕ : $i_e = C_1\left(\frac{dv_e}{dt} - \frac{dv_s}{dt}\right)$. *Ensuite, entre la borne non inverseuse et la masse, on a* $v_s = R(i_e - i_2) + Ri_e$ *et entre la sortie S et la masse, on a* $R(i_e - i_2) - \frac{q_2}{C_2} = v_s$ *qui correspond à* $R\left(\frac{di_e}{dt} - \frac{di_2}{dt}\right) - \frac{1}{C_2}i_2 = \frac{dv_s}{dt}$
   Mais aussi ici en partant de l'expression de H, on peut écrire $v_e(j\tau_1\omega(2 + j\omega\tau_2)) = v_s(1 + 2j\omega\tau_1 - \tau_1\tau_2\omega^2)$ *donc on en déduit de toutes manières l'équation recherchée :*

$$\tau_1\tau_2\frac{d^2v_s}{dt^2} + 2\tau_1\frac{dv_s}{dt} + v_s = \tau_1\tau_2\frac{d^2v_e}{dt^2} + 2\tau_1\frac{dv_e}{dt}$$

2. On soumet le circuit à un échelon pour v_e la tension imposée en E :
   $v_e(t) = 0$ pour $t < 0$
   $v_e(t) = E = cste$ pour $t > 0$
   On cherche des solutions sous la forme $v_s(t) = ae^{pt}$, pour v_s la tension mesurée aux bornes de R_u. En déduire la forme des solutions p_i.
   pour $t > 0$, *l'équation différentielle s'écrit donc* $\tau_1\tau_2\frac{d^2v_s}{dt^2} + 2\tau_1\frac{dv_s}{dt} + v_s = 0$ *car* $v_e = E =$ *cste, et la forme de la solution, remplacée dans l'équation différentielle, donne donc* $\tau_1\tau_2p^2 + 2\tau_1p + 1 = 0$ *dont les racines sont* $p_i = \frac{1}{\tau_2}\left(-1 \pm \sqrt{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}}\right)$
   Les solutions sont, en posant $\alpha = \sqrt{1 - \frac{\tau_2}{\tau_1}}$ *et* $\Omega = \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1} - 1}$,
   $v_s(t, \tau_1 > \tau_2) = Ee^{-t/\tau_2}\left(Ach(\alpha t/\tau_2) + Bsh(\alpha t/\tau_2)\right)$ *avec ch et sh les cosinus et sinus hyperboliques. Il s'agit de solutions apériodiques*
   $v_s(t, \tau_1 < \tau_2) = Ee^{-t/\tau_2}\left(A'\cos(\Omega t/\tau_2) + B'\sin(\Omega t/\tau_2)\right)$. *Il s'agit de solutions pseudo-périodiques*
3. expliquer ce qu'implique le fait de considérer un ALI est idéal et en régime linéaire
   en régime linéaire, on peut considérer que $\epsilon = V_\oplus - V_\ominus = 0$ *, mais il faut penser aussi à dire que le tracé de* v_s *en fonction de* ϵ *est une droite de forte pente passant par 0*
4. montrer que le courant passant dans C_1 est le même que celui passant dans R.
   Utilisons le noeud ⊕ puisqu'il n'y a que trois noeuds, que celui en S ne sera pas utilisé et que celui en A est demandé à la question suivante. On écrit que le courant circulant dans C_1 *est le même que celui circulant dans R.*
5. Par une loi des noeuds, en notant A le noeud entre les deux résistances R, montrer que la relation entre v_e, v_A et v_s est :

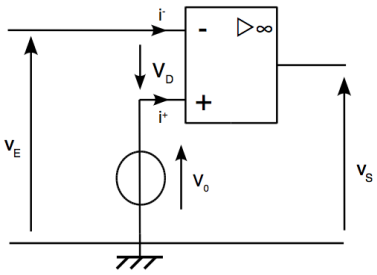
$\boxed{jRC_1\omega v_e + v_A = v_s(1 + j\omega RC_1)}$

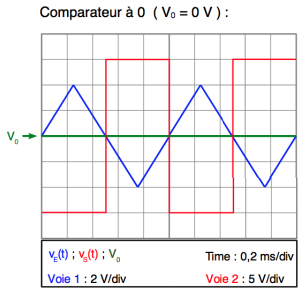
On a donc $(v_e - v_s)jC_1\omega = (v_s - v_A)\frac{1}{R}$. *En posant plus tard* $\tau_1 = RC_1$ *pour la suite, on obtient bien la relation demandée*

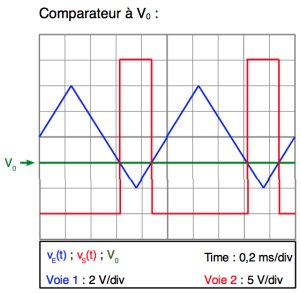
6. appliquer une loi des noeuds en A et en déduire une relation entre v_A et v_s
   En A, on écrit que la somme des courants algébriques convergeant vers A est nulle :
   $\frac{1}{R}(v_s - v_A) + jC_2\omega(v_s - v_A) + \frac{1}{R}(0 - v_A)$, *ce qui, en utilisant* $\tau_2 = RC_2$, *donne* $\boxed{v_A = v_s\dfrac{1 + j\tau_2\omega}{2 + j\tau_2\omega}}$
7. en déduire que la fonction de transfert peut s'écrire
   $H = \dfrac{v_s}{v_e} = \dfrac{j\tau_1\omega(2 + j\omega\tau_2)}{1 + 2j\omega\tau_1 - \tau_1\tau_2\omega^2}$
   en remplaçant v_A *de l'équation précédente dans la première équation, on a bien le résultat demandé*
8. étudier le comportement fréquentiel de H pour $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$
   à haute fréquence, on a $\omega \to \infty$ *et* $H \to 1$. *A basse fréquence,* $\omega \to 0$ *et* $H \approx 2j\tau_1\omega$
9. faire l'étude asymptotique du diagramme de Bode de ce filtre
   on a donc $G_{dB}(\omega \to 0) = 20\log(\omega) + 20\log(2\tau_1)$ *et en haute fréquence* $G_{dB}(\omega \to \infty) = 0$
10. quelle est la nature du filtre réalisé ?
    le filtre ainsi réalisé est un filtre passe-haut
11. Commenter le fait que la tension v_s est indépendante de R_u
    le filtre réalisé avec un ALI réalise une adaptation d'impédance et "ne voit pas" l'impédance de la suite du montage

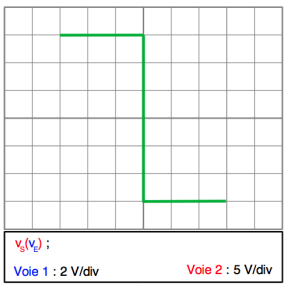
---

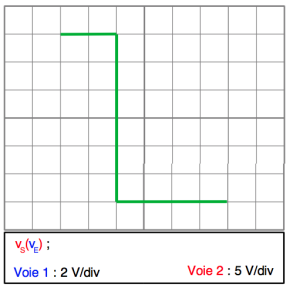
2. Montage à saturation











Démontrer la forme des signaux enregistrés sur l'écran de l'oscilloscope.

Solution : il s'agit du cours sur les comparateurs simples. C'est un comparateur simple inverseur.

Hypothèses simplificatrices :

pas de *contre-réaction négative* → régime de saturation

$i^+ = i^- = 0$ et v_S ne dépend que du signe de V_D .

$V_D = V^+ - V^-$ avec $V^+ = v_0$ et $V^- = V_E$ soit $V_D = v_0 - V_E$

Pour connaître la tension de sortie, on étudie le signe de v_D :

Premier cas :

Si $V_D > 0$ alors $v_S = +V_{SAT}$

$V_D > 0 \Leftrightarrow v_0 - V_E > 0 \Leftrightarrow v_E < V_0$

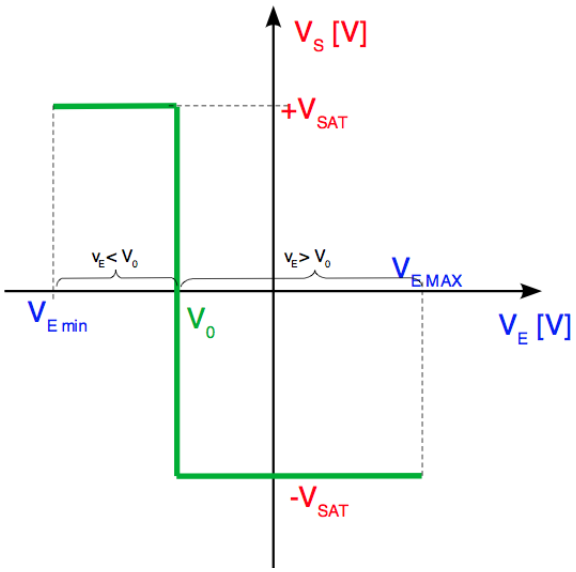
Si $v_E < V_0$ alors $v_S = +V_{SAT}$

Deuxième cas :

Si $V_D < 0$ alors $v_S = -V_{SAT}$

$V_D < 0 \Leftrightarrow v_0 - V_E < 0 \Leftrightarrow v_E > V_0$

Si $v_E > V_0$ alors $v_S = -V_{SAT}$



3. Réactions de complexation — CCINP PSI —

Le fluorure d'hydrogène est une molécule polaire, donc très soluble dans les solvants polaires et dans l'eau en particulier. Les applications du fluorure d'hydrogène sont très nombreuses : précurseur de la synthèse de nombreux composés dans l'industrie pharmaceutique et de la fabrication de divers polymères (PTFE notamment).

1. Ecrire l'équilibre acide base selon Brønsted de HF. La constante d'acidité associée à cet équilibre est notée $K_1 = 10^{-3,18}$.

$$HF(aq) + H_2O \leftrightharpoons F^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

2. Les solutions aqueuses d'acide fluorhydrique contiennent aussi (comme les milieux fondus de type KF, 2HF) l'ion hydrogénodifluorure HF_2^- qui résulte de l'équilibre suivant :

$$F^- + HF = HF_2^- \quad K_2 = 10^{0,67}$$

Exprimer la concentration molaire C_F en élément fluor de la solution aqueuse, en fonction des concentrations molaires $[HF], [F^-]$et $\left[HF_2^-\right]$.

$$C_F = [HF] + \left[F^-\right] + 2\left[HF_2^-\right]$$

3. Calculer le pH et la valeur de la concentration C_F lorsque $2\left[F^-\right] = \left[HF^-\right]$. On négligera l'autoprotolyse de l'eau et on vérifiera les hypothèses posées.
On trace un tableau d'avancement :

HF	F^-	H_3O^+	HF_2^-
C_F			
$C_F - x_1 - x_2$	$x_1 - x_2$	x_1	x_2

De K_2, avec $\left[HF_2^-\right] = 2\left[F^-\right]$, on déduit que $[HF] = \dfrac{2C^\circ}{K_2}$ avec $C^\circ = 1\text{mol/L}$.
De $\left[HF_2^-\right] = 2\left[F^-\right]$, on déduit que $x_1 = \frac{3}{2}x_2$ donc $[H_3O^+] = 3[F]$
De K_1, on déduit alors que $[H_3O^+] = 3C^\circ\sqrt{\frac{2}{3}\frac{K_1}{K_2}}$ et $pH = -\log\frac{[H_3O^+]}{C^\circ}$ donc $pH \approx 1,5$

L'ion fer (III) forme avec l'ion fluorure quatre complexes successifs FeF_x^{n-} tel que $x = 1, 2, 3$ et 4. Les constantes globales de formation β_x associées aux quatre complexes formés sont définies telles que :

$$\beta_1 = 10^{6,0}; \beta_2 = 10^{10,7}; \beta_3 = 10^{13,7}; \beta_4 = 10^{16,1}$$

4. Calculer les constantes successives de dissociation de ces complexes.

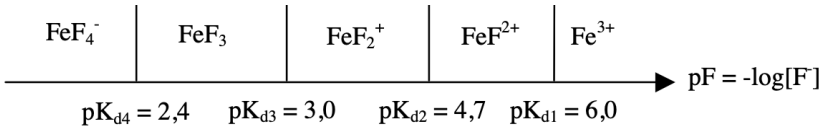
   (a) $FeF_4^- \leftrightharpoons FeF_3 + F^-$: la constante vérifie $K_{d4} = \dfrac{[FeF_3][F^-]}{[FeF_4^-]} = \dfrac{[FeF_3]}{[F^-]^3[Fe^{3+}]} \times \dfrac{[Fe^{3+}][F^-]^4}{[FeF_4^-]} = \dfrac{\beta_3}{\beta_4} = 10^{-2,4}$

   (b) $FeF_3 \leftrightharpoons FeF_2^+ + F^-$: la constante est $K_{d3} = \dfrac{\beta_2}{\beta_3} = 10^{-3}$

   (c) $FeF_2^+ \leftrightharpoons FeF^{2+} + F^-$, la cosntante est : $K_{d2} = \dfrac{\beta_1}{\beta_2} = 10^{-4,7}$

   (d) $FeF^{2+} \leftrightharpoons Fe^{3+} + F^-$, la constante est : $K_{d1} = \dfrac{1}{\beta_1} = 10^{-6}$

5. Tracer le diagramme de prédominance des complexes en fonction de $pF = -\log[F^-]$.
   Le tracé est donc le suivant :



6. On considère une solution aqueuse constituée de sulfate de fer (III) et de fluorure de potassium. Déterminer l'espèce majoritaire dans cette solution pour les conditions expérimentales suivantes :

$$\begin{aligned} pF &= 5,3 \\ \left[F^-\right] &= 9.10^{-4} \text{ mol L}^{-1} \end{aligned}$$

   (a) Pour $pF = 5,3$, on est dans le domaine de prédominance de FeF^{2+} (FeF_2^+ et Fe^{3+} non négligeables)

   (b) Pour $[F] = 9.10^{-4}$ mol $\cdot$ L^{-1} soit $pF = 3,0$, on a $[FeF_3] = [FeF_2{}^+]$ (FeF_4^- non négligeable)

7. Pour $pF = 5,3$, estimez la quantité de Fe^{3+} dans la solution
   On est dans le domaine de prédominance de FeF^{2+}. Partons d'une solution équivalente où tout est sous forme de FeF^{2+} à une concentration c_0 non précisée, et laissons évoluer les concentrations suivant la seule réaction possible (constante la plus grande) :

$$2FeF_2^+ \leftrightharpoons Fe^{3+} + FeF^{2+}$$

   La constante de cette réaction est $K = \dfrac{K_{d1}}{K_{d2}} = 10^{-1,3}$, et il faut un tableau d'avancement

$2\ FeF_2^+$		Fe^{3+}	FeF^{2+}
c_0			
$c_0 - 2x$		x	x

   Par contre, K n'est pas assez petite pour supposer $c_0 - 2x \approx c_0$ donc il faut résoudre $K = \dfrac{x^2}{c_0 - 2x}$ quand on a une valeur pour c_0