

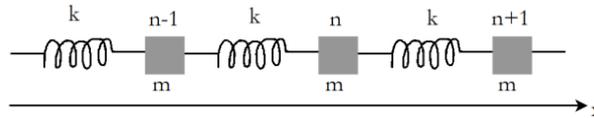
1. Onde mécanique dans un solide "élastique"

Le solide est constitué d'une chaîne infinie d'atomes ponctuels, de masse m , reliés entre eux par des ressorts de raideur k et de longueur à vide a (correspondant à la distance inter-atome à l'équilibre).

La chaîne d'atomes couplés élastiquement (rappel linéaire) par des ressorts constitue une modélisation simple pour décrire la propagation de petits mouvements vibratoires dans un solide, c'est-à-dire la propagation du son dans un solide.

Ce dernier est en effet constitué d'empilements réguliers d'atomes (ions ou molécules).

Les forces rappelant un atome vers sa position d'équilibre peuvent être modélisées, à l'ordre linéaire, par un rappel élastique, dans la mesure où les amplitudes des vibrations des atomes sont faibles (on suppose ici que le solide est homogène et isotrope).



- 1. 1 Etablir l'équation de d'Alembert de ce système
- 1. 2 En déduire l'expression de la célérité de l'onde

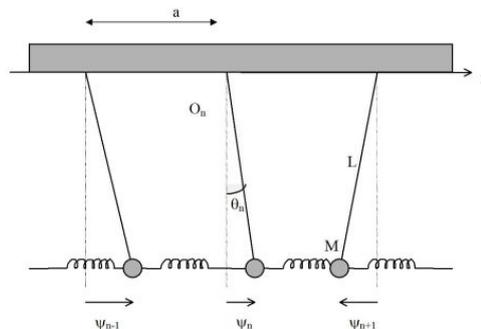
2. Onde sur une corde verticale

Un corde souple homogène et inextensible, de masse linéique μ , de longueur L et de masse m pend librement, l'extrémité O étant fixé au plafond. La corde à l'équilibre est matérialisée par l'axe Ox de la corde d'abscisse $x = OM$ se déplace perpendiculairement à l'axe Ox , de la petite quantité $y(x, t)$ à l'instant t . On prendra pour l'accélération de la pesanteur \vec{g} . On négligera les effets des forces de frottements.

- 2. 1 Exprimer le module de la tension \vec{T} de la corde en fonction de m , g et L .
- 2. 2 Établir l'équation aux dérivées partielles régissant l'évolution du déplacement transversal y .
- 2. 3 Donner l'expression de la vitesse de propagation de l'onde transversale.
- 2. 4 En déduire la distance L_1 parcourue par l'onde le long de la corde pour un temps de propagation t_1 .

3. Equation de Klein-Gordon

On étudie la propagation d'onde le long d'une chaîne de pendules simples, identiques, de masse M et de longueur L , couplés par des ressorts de constante K , représentés sur la figure ci-dessous : $\omega_0 = \sqrt{K/M}$ et $\Omega_0 = \sqrt{g/L}$



- 3. 1 Quelle est l'équation de propagation liant les petits déplacements $\psi_n \approx L\theta_n, \psi_{n-1}$ et ψ_{n+1} des extrémités des pendules ?
- 3. 2 Quelle est la relation de dispersion des ondes progressives monochromatiques caractérisant cette propagation ?
- 3. 3 Représenter la relation de dispersion en précisant la bande permise pour les pulsations d'oscillations libres de la chaîne de pendules couplés.