

1. Cordes frappées et pincées

On considère une corde de longueur ℓ attachée à ses deux extrémités. Elle est sans raideur, de masse linéique constante λ , et tendue avec une force $\vec{T}$.

On étudie les petits mouvements transversaux notés $y(x, t)$.

1. 1 Montrer que la solution générale pour un mode n s'écrit

$$y_n(x, t) = \left(a_n \cos \frac{n\pi vt}{\ell} + b_n \sin \frac{n\pi vt}{\ell} \right) \times \sin \frac{n\pi x}{\ell}$$

1. 2 discuter du timbre de la note pour une corde frappée : la vitesse d'une petite zone de corde est initialement non nulle, on a donc une fonction créneau pour la vitesse
1. 3 corde de clavecin : on a une fonction initiale "triangle" pour la corde initialement
1. 4 corde de guitare ou de harpe : on peut considérer un profil parabolique pour la corde initialement. Quelle est donc la différence pour le spectre ?

2. Réflexion et transmission à une interface

Une corde longue est composée de deux parties de masses linéiques λ_1 et λ_2 , la tension est supposée être T . A l'interface, le point O en $x = 0$ est sans masse.

2. 1 Une onde arrive du côté $x < 0$. Montrer qu'en plus de l'onde incidente y_i , on va avoir une onde réfléchie y_r dans cette zone, et une onde transmise y_t dans l'autre zone.
2. 2 Montrer que l'on peut écrire deux équations de continuité
2. 3 en déduire les coefficients de réflexion et de transmission définis comme $r = \frac{y_r}{y_i}$ et $t = \frac{y_t}{y_i}$ en fonction des vitesses v_1 et v_2
2. 4 retrouver le cas d'une réflexion sur une attache fixe.
2. 5 discuter d'une corde constituée de trois morceaux : dans quelles conditions peut-on ne pas avoir de réflexion à la première interface ?

3. Réflexion sur une masse

On considère un fil de masse linéique λ tendu par une force T . Au point d'abscisse $x = 0$ est placée une masse m fixe sous forme d'une perle.

Une onde incidente arrive du côté $x < 0$. Déterminer l'expression du coefficient de réflexion. Que se passe-t-il pour $m \rightarrow \infty$?