Correction CCINP 2023 épreuve de physique-chimie

Cyclisme

Partie I – Hydratation du cycliste

Apport en eau, thermorégulation du cycliste

Q1. On a les correspondances suivantes :

$\boldsymbol{V_1 \leftrightarrow T_c}$, $\boldsymbol{V_2 \leftrightarrow T_s}$, $\boldsymbol{V_3 \leftrightarrow T_a}$

$\boldsymbol{R_1 \leftrightarrow R_d}$

$\boldsymbol{I_1 \leftrightarrow P_{int}}$, $\boldsymbol{I_2 \leftrightarrow P_{cc}}$, $\boldsymbol{I_3 \leftrightarrow P_{vap}}$ (la notation P_{vap} a été posée, elle correspond à la puissance mise en jeu pour la vaporisation de l'eau issue de la sudation)

D'après la loi d'Ohm, on a : $R_2 = \frac{V_2 - V_3}{I_2}$

D'où en utilisant l'analogie précisée : $\boxed{\boldsymbol{R_2 = \frac{T_s - T_a}{P_{cc}} = \frac{1}{hS}}}$

Q2. Par définition et en utilisant l'analogie de Q1, on obtient :

$$T_c - T_s = R_d P_{int} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{T_s = T_c - R_d P_{int}}}$$

AN : $T_s = 37 - 3.10^{-2} \times 4.10^2 = 37 - 12 \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{T_s = 25°C}}$

On remarque que $T_s < T_a$ ce qui n'était intuitif étant donné le sens du transfert thermique attendu.

Q3. Loi des nœuds : $\boxed{\boldsymbol{I_3 = I_1 - I_2 = I_1 - hS(V_2 - V_3)}}$

AN : $I_3 = 400 - 36 \times 2 \times (25 - 30) = 400 + 360 = 760\ W$

On applique le 1er principe isobare à la masse d'eau (issue de la sudation) qui change d'état durant Δt :

$$\Delta H = Q \Leftrightarrow m_{eau} \ell_{vap} = I_3 \Delta t \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{m_{eau} = \frac{I_3 \Delta t}{\ell_{vap}}}}$$

AN : $m_{eau} = \frac{7{,}6.10^2 \times 4 \times 3{,}6.10^3}{2{,}4.10^6} = 7{,}6 \times 4 \times \frac{3}{2}.10^{-1} = 7{,}6 \times 6.10^{-1} = 4{,}56\ kg \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{m_{eau} = 5\ kg}}$

Apport en glucose, besoin énergétique du cycliste

Q4. Réaction de combustion du glucose :

$$\boxed{\mathbf{C_6H_{12}O_{6\,(s)} + 6\ O_{2\,(g)} \longrightarrow 6\ CO_{2\,(g)} + 6\ H_2O_{(\ell)}}}$$

D'après la loi de Hess :

$$\Delta_r H^o = \sum_i \nu_i \Delta_f H_i^o = 1274 - 0 + 6 \times (-393{,}5) + 6 \times (-285{,}8) = 1274 - 6 \times 679{,}3$$

D'où : $\Delta_r H^o \approx 1{,}3.10^3 - 6 \times 6{,}8.10^2 = 1{,}3.10^3 - 4{,}1.10^3 = -2{,}8.10^3\ kJ.mol^{-1}$

Dans la liste proposée, on choisit donc : $\boxed{\boldsymbol{\Delta_r H^o = -2802\ kJ.mol^{-1}}}$

Q5. L'énergie libérée par la combustion est intégralement fournie aux muscles et, en définissant le rendement musculaire par $\eta = \frac{P_{méca}}{P_{muscle}}$, on obtient en raisonnant une durée Δt : $P_{méca}.\Delta t = \eta.|Q_{comb}|$

Or en considérant la réaction de combustion du glucose isotherme et isobare, on a :

$$\Delta H = Q_{comb} \Leftrightarrow \xi_f \Delta_r H^o = Q_{comb} \qquad \text{avec : } \xi_f = \frac{m_{gluc}}{M_{gluc}}$$

D'où : $m_{gluc} = \xi_f.M_{gluc} = \frac{Q_{comb}}{\Delta_r H^o} M_{gluc} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{m_{gluc} = -\frac{M_{gluc}.P_{méca}.\Delta t}{\eta.\Delta_r H^o}}}$

AN : $M_{gluc} = 6 \times 12 + 12 \times 1 + 6 \times 16 = 72 + 12 + 96 = 180\ g.mol^{-1}$

$$m_{gluc} = \frac{180 \times 180 \times 4 \times 3{,}6.10^3}{0{,}25 \times 2{,}8.10^6} = \frac{1{,}8^2 \times 14{,}4.10^7}{7.10^5} \approx \frac{4 \times 14}{7}.10^2 = 8.10^2 g$$

Dans la liste proposée, on choisit donc : $\boxed{\boldsymbol{m_{gluc} = 670\ g}}$

Dosage du glucose contenu dans une boisson isotonique

Q6. Sachant que no(O) = –II et en respectant les règles usuelles, on obtient :

espèces	I_2	IO_3^-	I^-
no(I)	0	+V	-I

Les espèces étant placées dans le diagramme E-pH par nombre d'oxydation croissant selon l'axe des ordonnées, on peut associer les domaines :

$$\boxed{\mathbf{I \leftrightarrow I^-} \qquad \mathbf{II \leftrightarrow I_2} \qquad \mathbf{III \leftrightarrow IO_3^-}}$$

Q7. Le segment BD sépare les domaines I et III, il faut donc considérer le couple (IO_3^-/I^-) dont la demi-équation électronique est : $IO_3^- + 6\,H^+ + 6e^- = I^- + 3\,H_2O$

La formule de Nersnt s'écrit alors :

$$E = E^o + \frac{0{,}06}{6}\log\left(\frac{[IO_3^-][H^+]^6}{[I^-]}\right) = E^o + \frac{0{,}06}{6}\log([H^+]^6) = E^o - 0{,}06\,pH$$

La pente du segment BD est donc –0,06 V/pH

Q8. Demi-équations électroniques :

(IO_3^-/I_2) $2\,IO_3^- + 12\,H^+ + 10\,e^- = I_2 + 6\,H_2O$ (*a*)

(I_2/I^-) $I_2 + 2\,e^- = 2\,I^-$ (*b*)

D'où $5(b) - (a)$: $6\,I_2 + 6\,H_2O \longrightarrow 10\,I^- + 2\,IO_3^- + 12\,H^+$

Or on se place en milieu basique, on utilise alors l'autoprotolyse de l'eau ($H_2O = H^+ + OH^-$) pour obtenir :

$$\boxed{\mathbf{6\,I_2 + 12\,OH^- \longrightarrow 10\,I^- + 2\,IO_3^- + 6\,H_2O}} \qquad \textbf{réaction de dismutation du diiode (}\boldsymbol{I_2}\textbf{)}$$

Q9. La réaction qui se produit lors de cette étape est lente, il faut donc attendre suffisamment longtemps afin que la réaction soit finie avant de passer à l'opération suivante.

Demi-équations électroniques :

$(C_6H_{11}O_7^-/C_6H_{12}O_6)$ $C_6H_{11}O_7^- + 3\,H^+ + 2\,e^- = C_6H_{12}O_6 + H_2O$ (*a*)

(IO_3^-/I^-) $IO_3^- + 6\,H^+ + 6\,e^- = I^- + 3\,H_2O$ (*b*)

D'où (*b*) – 3(*a*) : $IO_3^- + 3\,C_6H_{12}O_6 \longrightarrow I^- + 3\,C_6H_{11}O_7^- + 3\,H^+$

Or on se place en milieu basique, on utilise alors l'autoprotolyse de l'eau ($H_2O = H^+ + OH^-$) pour obtenir :

$$\boxed{\mathbf{IO_3^- + 3\,C_6H_{12}O_6 + 3\,OH^- \longrightarrow I^- + 3\,C_6H_{11}O_7^- + 3\,H_2O}} \quad \textbf{réaction (1)}$$

Q10. Il s'agit de la réaction inverse de celle écrite à la Q8 :

$$\boxed{\mathbf{10\,I^- + 2\,IO_3^- + 6\,H_2O \longrightarrow 6\,I_2 + 12\,OH^-}} \quad \textbf{réaction (2)}$$

Q11. Demi-équations électroniques :

(I_2/I^-) $I_2 + 2\,e^- = 2\,I^-$ (*a*)

$(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-})$ $S_4O_6^{2-} + 2\,e^- = 2\,S_2O_3^{2-}$ (*b*)

D'où (*a*) – (b) : $\boxed{\mathbf{I_2 + 2\,S_2O_3^{2-} \longrightarrow 2\,I^- + S_4O_6^{2-}}}$ **réaction (3)**

La règle du gamma est vérifiée, de plus $E°(I_2/I^-) - E°(S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}) = 0{,}59\ V > 0{,}3\ V$ Donc la réaction est quasi-totale.

Q12. D'après **Q8**, la quantité d'ion iodate présent dans la solution est : $\boxed{n(IO_3^-)_{initial} = \frac{n(I_2)_{introduit}}{3} = \frac{C_1V_1}{3}}$

L'ion iodate est partiellement consommée par la **réaction (1)**. A la fin de cette étape, il reste :

$$\boxed{n(IO_3^-)_{restant} = n(IO_3^-)_{initial} - \xi_1 = \frac{C_1V_1}{3} - \frac{n_{gluc}}{3}}$$

D'après la **réaction (2)**, la quantité de diiode formée vaut : $\boxed{n(I_2)_{formé} = 3\,n(IO_3^-)_{restant} = C_1V_1 - n_{gluc}}$

Par ailleurs en tenant compte de la dilution, à l'opération 3, on a introduit : $\boxed{n_{gluc} = \frac{C_0V_2}{10}}$

Enfin, la **réaction (3)** correspond à la réaction de dosage. Or à l'équivalence d'un dosage, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques, d'où :

$$\frac{n(I_2)_{formé}}{1} = \frac{n(S_2O_3^{2-})_{versé\ à\ équivalence}}{2} \Leftrightarrow \boxed{n(I_2)_{formé} = \frac{C_3V_{éq}}{2}}$$

Finalement, on obtient :

$$\frac{C_3V_{éq}}{2} = C_1V_1 - \frac{C_0V_2}{10} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{C_0 = \frac{10}{V_2}\left(C_1V_1 - \frac{C_3V_{éq}}{2}\right)}}$$

Q13. Pour que ce dosage soit valide, il faut que l'ion iodate soit effectivement en excès à la réaction (1) (voir Q9). Ainsi, il faut que :

$$C_1V_1 > n_{gluc} \Leftrightarrow \boxed{C_1V_1 > \frac{C_0V_2}{10}}$$

Partie II – Mesure de vitesse par effet Doppler

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Q14. A la date t_1, le récepteur (R) se situe à l'abscisse : $x_R(t_1) = x_0 + v.t_1$, l'onde a donc dû parcourir cette distance. Sachant qu'elle se propage à la vitesse c_0, cela donne :

$$c_0 t_1 = x_0 + v.t_1 \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{t_1 = \frac{x_0}{c_0 - v}}}$$

Entre son émission et sa réception, la seconde impulsion a parcouru la distance : $c_0(t_2 - T_E)$, or à la réception R se situe en $x_R(t_2) = x_0 + v.t_2$, on obtient donc :

$$c_0(t_2 - T_E) = x_0 + v.t_2 \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{t_2 = \frac{x_0 + c_0 T_E}{c_0 - v}}}$$

Q15. En R, la période du train d'impulsion, c'est-à-dire l'intervalle de temps entre la réception des deux impulsions est : $T_R = t_2 - t_1 = \frac{c_0 T_E}{c_0 - v}$

D'où la fréquence : $f_R = \frac{1}{T_R} = \frac{c_0 - v}{c_0} \times \frac{1}{T_E} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{f_R = \left(1 - \frac{v}{c_0}\right) f_E}}$

Validation expérimentale

Q16. Système = {voiturette}

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : poids (force conservative)
Réaction normale qui ne travaille pas
Pas de réaction tangentielle car frottements négligés

L'utilisation du théorème de l'énergie mécanique conduit à la conservation de l'énergie mécanique, d'où entre le haut (A) et le bas (B) de la piste inclinée, on obtient :

$$E_m(A) = E_m(B) \Leftrightarrow E_c(A) + E_{pp}(A) = E_c(B) + E_{pp}(B)$$

Or voiturette sans vitesse initiale $z_B = 0$, d'où : $E_c(A) = 0$ et $E_{pp}(B) = 0$

Conclusion : $mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{v_B = \sqrt{2gh}}}$

AN : $v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}5} = \sqrt{10} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{v_B \approx 3\ m.s^{-1}}}$

Q17. À température ambiante, la vitesse de propagation des ondes sonores est de l'ordre de $\boldsymbol{c_0 = 340\ m.s^{-1}}$.

D'après la relation de l'énoncé, on a :

$$f_R = \left(1 - 2\frac{v}{c_0}\right) f_E = \left(1 - 2\frac{3}{3{,}4.10^2}\right) \times 40.10^3 \approx (1 - 2.10^{-2}) \times 40.10^3 = 0{,}98 \times 40.10^3$$

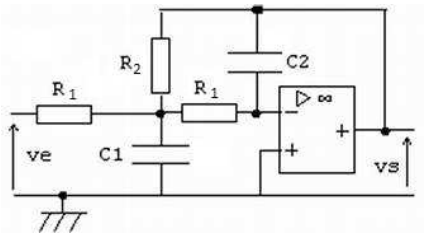
Ce qui donne une fréquence à la réception très proche de celle d'émission, c'est-à-dire de l'ordre de 40 kHz.

L'écart relatif entre f_R et f_E vaut : $\frac{|f_R - f_E|}{f_E} = 2\frac{v}{c_0} \approx 2.10^{-2} = 2\ \%$

L'écart relatif entre ces deux fréquences est inférieur à 20 %, par conséquent elles ne peuvent être directement distinguées à l'oscilloscope. Il est donc nécessaire d'utiliser le montage à détection synchrone.

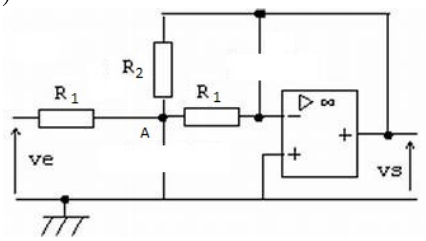
Q18. *Remarque importante : le schéma de la figure 8 est faux. Il ne permet pas d'obtenir les fonctions de transfert proposées dans l'énoncé.*

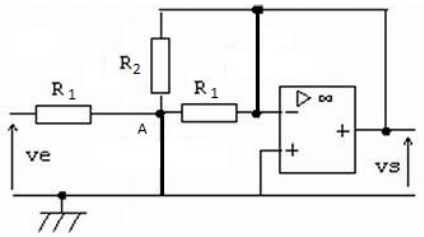
Cette erreur n'était pas pénalisante pour une étude qualitative mais a pu beaucoup perturber les étudiants qui ont cherché à calculer la fonction de transfert.



Pour déterminer la nature du filtre sans calcul, nous remplaçons dans le montage les condensateurs par leurs équivalents à basse et haute fréquence :

— Basse fréquence ($f \ll f_0$) : les condensateurs sont remplacés par des interrupteurs ouverts (figure de gauche).





On a alors, en supposant les courants de polarisation nuls (ALI parfait) :

$$\frac{V_e - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_s}{R_2} \Rightarrow \boxed{V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_e}$$

— Haute fréquence ($f \gg f_0$) : les condensateurs sont remplacés par des fils (figure de droite). On a : $V_s = V^-$ et $V^+ = 0$. Or, $V^- = V^+$ (ALI idéal en régime linéaire) donc $V_s = 0$.

Le filtre laisse passer les signaux de basse fréquence mais coupe les signaux de haute fréquence : c'est un filtre passe-bas.

En faisant tendre ω vers 0 et vers $+\infty$ dans les fonctions de transfert $\underline{H_1}$ et $\underline{H_2}$, on remarque que $\underline{H_1}$ est la fonction de transfert d'un filtre passe bas de gain statique G_0 et $\underline{H_2}$ celle d'un filtre passe-haut.

Le montage (le bon, pas celui de l'énoncé) correspond à la fonction de transfert $\underline{H_1}$.

Q19. À partir de l'étude qualitative, on obtient $\boxed{G_0 = \frac{V_s}{V_e}(\omega = 0) = -\frac{R_2}{R_1}}$

Q20. *Remarque : nous ne comprenons pas la question posée. On dirait que l'énoncé confond pulsation propre et pulsation de coupure ...*

ω_0 est la pulsation propre du filtre. Concrètement ... ? C'est la pulsation pour laquelle les asymptotes BF et HF se croisent dans le diagramme de Bode en gain.
Si l'on suppose que le facteur de qualité est grand, on a $\omega_0 \simeq \omega_c$, pulsation de coupure du filtre, c'est-à-dire la pulsation pour laquelle le gain est égal au gain maximum divisé par $\sqrt{2}$.
Pour la suite, on supposera cette hypothèse vérifiée.

À la sortie du multiplieur, le signal s'écrit :

$$s_m(t) = k\,S_{E,m}\,\cos(\omega_E\,t)\,S_{R,m}\,\cos(\omega_R\,t) = \frac{k\,S_{E,m}\,S_{R,m}}{2}\,(\cos[(\omega_E+\omega_R)\,t] + \cos[(\omega_E-\omega_R)\,t])$$

Il contient les pulsations $\omega_E - \omega_R = 4\pi\,f_E\,\dfrac{v}{c_0}$ et $\omega_E + \omega_R = 4\pi\,f_E\left(1-\dfrac{v}{c_0}\right)$.
On souhaite conserver la première composante et éliminer la deuxième, soit :

$$\boxed{4\pi\,f_E\,\frac{v}{c_0} \ll \omega_0 \qquad \text{et} \qquad \omega_0 \ll 4\pi\,f_E\left(1-\frac{v}{c_0}\right)}$$

En remarquant que $\dfrac{v}{c_0}$ est de l'ordre de 1.10^{-2}, on peut choisir $\boxed{\omega_0 = 10\times 4\pi\,f_E\,\dfrac{v}{c_0}}$ pour que les deux inégalités précédentes soient vérifiées.

Q21. Mesurons la fréquence des signaux sur l'oscillogramme. La période est de 5 ms donc la fréquence est $f = \dfrac{1}{T} = 200$ Hz.
C'est cohérent avec l'affichage sur l'oscillogramme qui indique 199,996 Hz.

On lit en page 5 de l'énoncé que la fréquence de résonance des transducteurs piézoélectriques est de 40 kHz. On en déduit que $f_E = 40$ kHz. Ainsi, $f_0 = 20\,f_E\,\dfrac{v}{c_0} \simeq 7$ kHz.

On a $\underline{f \ll f_0}$, ce qui confirme que l'essai est réalisé à "basse fréquence".

On peut alors mesurer le rapport $\dfrac{V_s}{V_e}$. L'amplitude du signal d'entrée est de 100 mV et celle du signal de sortie 10 V. De plus, les signaux sont en opposition de phase. On a alors $\dfrac{V_s}{V_e} = -1,0.10^2$.

Or, $\dfrac{V_s}{V_e} = G_0 = -\dfrac{R_2}{R_1} \Rightarrow \boxed{R_2 = -R_1\,G_0}$ soit $\underline{R_2 = 100\ \text{k}\Omega}$.

Q22. Pour déterminer les expressions des tensions de sortie $s_1(t)$ et $s_2(t)$, il faut déterminer l'amplitude et la phase à l'origine de ces signaux grâce à la fonction de transfert. Les signaux de sortie auront la même pulsation que les signaux d'entrée (filtre linéaire).

1. $\underline{\text{Signal d'entrée } e_1(t)}$: $\omega = \omega_0$. On a alors $\underline{H_1} = \dfrac{G_0}{2\,j\,m} = \dfrac{G_0}{j\sqrt{2}}$.

   L'amplitude du signal de sortie s'écrit alors : $S_{1,m} = |\underline{H_1}|\,E_{1,m} = \dfrac{|G_0|}{\sqrt{2}}E_{1,m} = \dfrac{R_2}{\sqrt{2}\,R_1}E_{01}$ (ce qui confirme bien que $\omega_0 = \omega_c$ avec le choix de la valeur de m).

   La phase à l'origine du signal de sortie s'écrit alors : $\varphi_{1,s} = \varphi_{1,e} + arg(\underline{H_1}) = \dfrac{\pi}{2}$ (car $G_0 < 0$).

Finalement, on obtient

$$\boxed{s_1(t) = \frac{R_2}{\sqrt{2}\,R_1} E_{01}\,\cos\left(\omega_0\,t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{R_2}{\sqrt{2}\,R_1} E_{01}\,\sin(\omega_0 t)}$$

2. Signal d'entrée $e_2(t)$: $\omega = 100\,\omega_0$. On a alors $\underline{H_1} \simeq \dfrac{G_0}{-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = -\dfrac{G_0}{10^4}$.

L'amplitude du signal de sortie s'écrit alors : $S_{2,m} = |\underline{H_1}|\,E_{2,m} = \dfrac{|G_0|}{10^4} E_{2,m} = \dfrac{R_2}{10^4\,R_1} E_{02}$.

La phase à l'origine du signal de sortie s'écrit alors : $\varphi_{2,s} = \varphi_{2,e} + arg(\underline{H_1}) = 0$.

Finalement, on obtient

$$\boxed{s_2(t) = \frac{R_2}{10^4\,R_1} E_{02}\,\cos(100\,\omega_0\,t)}$$

Q23. À la sortie du montage, on doit obtenir un signal de fréquence $f_E - f_R$ (avec une composante continue en présence d'obstacles fixes pour lesquels s_E et s_R ont la même fréquence).
On s'intéresse ici à la fréquence de la composante variable. La donnée de deux oscillogrammes n'est pas forcément intéressante et peut, au contraire, perturber les étudiants (on voit une sorte de "battement" dans l'oscillogramme 2 ...).
On utilise ici l'oscillogramme 3 et on mesure la fréquence du signal.
On compte 7 carreaux pour 4 périodes donc $T = \dfrac{7}{4}$ ms puis $f = \dfrac{4}{7}$ kHz.

Enfin, $v = \dfrac{c_0\,f}{2\,f_E}$ donc $\boxed{v = \dfrac{3,4.10^2 \times 4.10^3}{14 \times 4.10^4} = \dfrac{3,4}{1,4} \simeq 2,5 \text{ m/s}}$ On obtient bien l'ordre de grandeur prévu en **Q16**.

Partie III. Morphologie et puissance du cycliste

Q24. Analyse du problème et hypothèses
Dans toute cette question, on se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

Les cyclistes sont soumis aux forces suivantes : force de frottement (définie par l'énoncé, valeur donnée par l'énoncé), réaction normale de la route, force de traînée (donnée sur les figures 12a et 12b), poids, force motrice (dont la puissance est donnée par l'énoncé).

Hypothèse : on va supposer que les cyclistes roulent à vitesse constante. Ainsi, la somme des forces appliquées aux cyclistes est nulle (d'après le principe fondamental de la dynamique), ou encore la somme des puissances appliquées aux cyclistes est nulle (d'après le théorème de la puissance cinétique) :

$$\mathcal{P}_f + \mathcal{P}_N + \mathcal{P}_T + \mathcal{P}_{pes} + \mathcal{P}_m = 0$$

avec $\mathcal{P}_N = 0$ et $\mathcal{P}_f = -||\overrightarrow{F}_{frot}||.v$.

Par ailleurs, sur la route droite, $\mathcal{P}_{pes} = 0$ et en montée, $\mathcal{P}_{pes} = -m\,g\,v\,\sin(\alpha)$.

Finalement, sur la route droite, on a $||\overrightarrow{F}_{frot}||.v + |\mathcal{P}_T| = \mathcal{P}_m$
tandis qu'en montée, on a $||\overrightarrow{F}_{frot}||.v + |\mathcal{P}_T| + m\,g\,v\,\sin(\alpha) = \mathcal{P}_m$

Stratégie de résolution
On va exprimer numériquement $|\mathcal{P}_T|$ en fonction de v pour les cyclistes A et B dans les deux courses et superposer la représentation graphique de cette relation aux graphes donnant $|\mathcal{P}_T|$ (figures 13a et 13b).
L'intersection des deux courbes donnera la vitesse du cycliste.
Ainsi, on pourra déterminer la vitesse de chaque cycliste dans les deux courses et en déduire celui qui arrivera en premier.

Remarques : plusieurs soucis apparaissent dans cette résolution de problème. La puissance de la force de traînée devrait être négative. L'énoncé a donc utilisé la valeur absolue de cette puissance mais sans clairement le dire.
Par ailleurs, les forces de traînée sont identiques pour les deux cyclistes ("les 2 cyclistes ont une posture et des vélos dont les aérodynamiques sont similaires") et, pourtant, l'énoncé les trace deux fois, et en plus à des échelles différentes. Pourquoi aller jusqu'à 9 m/s pour le cycliste A et 7 m/s pour le cycliste B ? ? ?

Réalisation

- Course 1 : $|\mathcal{P}_{T_A}| = 220 - 6\,v$ et $|\mathcal{P}_{T_B}| = 240 - 6\,v$

  On trouve graphiquement $v_A \simeq 7{,}7$ m/s et $v_B \simeq 8{,}2$ m/s (mais en utilisant pour B la courbe du cycliste A (13 a) car celle du cycliste B (13b) a une échelle trop petite en ordonnée ... Heureusement que ce sont les mêmes courbes ! Mais peut-on demander un tel recul et une telle prise d'initiative aux étudiants ? ? ? Franchement ...)
  Le cycliste B gagne la course 1 (on aurait pu s'en douter !).

  Il a mis un temps $t_1 = \dfrac{d_1}{v_B} = \dfrac{90.10^3}{8,2} \simeq 11.10^3$ s $\simeq$ 3 h $\simeq t_1$.

- Course 2 : $|\mathcal{P}_{T_A}| = 220 - 55\,v$ et $|\mathcal{P}_{T_B}| = 240 - 69\,v$

  On trouve graphiquement $v_A \simeq 3{,}7$ m/s et $v_B \simeq 3{,}3$ m/s. Le cycliste A gagne la course 2.

Validation
Il est cohérent que le cycliste développant la plus grande puissance gagne la course 1, indépendamment de sa masse, puisque le poids ne travaille pas dans cette course.
De même, il semble pertinent que le cycliste le plus léger l'emporte dans la course en montée, car il développe une puissance assez proche de celle du cycliste plus lourd.
Néanmoins, des hypothèses assez fortes ont été faites : force de frottement constante et identique pour les deux cyclistes, force de traînée identique pour les deux cyclistes, vitesse constante pendant toutes la course ...

Partie IV. Assistance électrique

Intérêt d'une machine inversée

Q25. La force de Laplace élémentaire s'écrit : $\mathrm{d}\overrightarrow{F_L} = I\,\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B}_S = I\,\mathrm{d}z\,\vec{e}_z \wedge B_s\,\vec{e}_r = I\,B_S\,\mathrm{d}z\,\vec{e}_\theta$
En intégrant sur la longueur du conducteur, on obtient :

$$\boxed{\overrightarrow{F_L} = \int_0^L \mathrm{d}I\,B_S\,\mathrm{d}z\vec{e}_\theta = I\,L\,B_s\,\vec{e}_\theta}$$

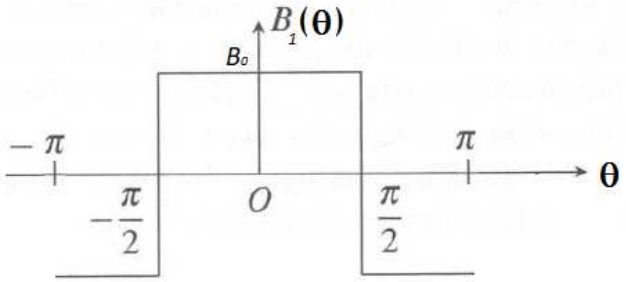
Pour commencer, il faudrait peut-être préciser par rapport à quel point on doit calculer le moment ! Sans cette donnée, on ne peut pas, en toute rigueur, déterminer $\overrightarrow{M}$.
Nous allons donc ici déterminer le moment par rapport à l'axe de rotation.
Pour calculer le moment, il faudrait écrire les moments élémentaires et intégrer. Cependant, la force de Laplace est la même sur tous les éléments du conducteur aller. On peut donc écrire $\boxed{M_z = +||\overrightarrow{F_L}|| \times R = I\,L\,B_s\,R}$.

Remarque : question vraiment maladroite. Le point de calcul du moment n'est pas précisé. On calcule le moment sur le conducteur aller. Quid du conducteur retour ? Et surtout, ce n'est pas ainsi qu'on calcule le moment qui s'exerce sur le rotor d'une machine synchrone ! En effet, il faut calculer le couple électromagnétique en dérivant l'énergie magnétique stockée dans l'entrefer de la machine, ce qui est d'ailleurs proposé dans la suite du problème ....

Q26. L'énoncé attend probablement qu'on dise que, dans une machine inversée, le rayon R est plus grand que dans une machine "classique" car $R(\text{rotor}) > R(\text{stator})$ et que cela permet d'augmenter le couple moteur ?

Étude d'une machine dipolaire

Q27. On a le graphe suivant :



Pour obtenir le champ représenté à la figure 17, il faut ajouter à la spire centrale deux spires alimentées par le même courant et décalées de $\pm\frac{\pi}{6}$ par rapport à la spire centrale.

Q28.

$$\overrightarrow{B}_{p=1} = K\, I_{Seff}\sqrt{2}\,[\cos\theta\,\cos(\omega_s\,t) + \sin\theta\,\sin(\omega_s\,t)]\,\vec{e}_r = \boxed{K\, I_{Seff}\sqrt{2}\,\cos(\theta - \omega_s\,t)\vec{e}_r = \overrightarrow{B}_{p=1}}$$

Ce champ a la forme d'une onde progressive se propageant selon les θ croissants à la vitesse angulaire ω_s. Le maximum de $\overrightarrow{B}_{p=1}$ se déplace au cours du temps en tournant dans le sens trigonométrique : $\overrightarrow{B}_{p=1}$ est donc bien un champ tournant.

Q29. $M_{aR} = M_0\,\cos(\theta_R)$ avec θ_R l'angle entre le conducteur aller de la bobine (a) et celui du rotor.

Par analogie, on aura $M_{bR} = M_0\,\cos(\theta_{R-b})$ avec $\theta_{R-b} = \theta_R - \dfrac{\pi}{2}$ l'angle entre le conducteur aller de la bobine (b) et celui du rotor.

Ainsi, $\boxed{M_{bR} = M_0\,\cos\left(\theta_R - \dfrac{\pi}{2}\right) = M_0\,\sin(\theta_R)}$

Si on ne considère qu'un conducteur pour la bobine (a) et la bobine (b), on remarque que le flux du champ créé par l'un est nul à travers l'autre car le champ est perpendiculaire au vecteur surface de la spire :

$$\Phi_{a\to b} = \iint_{(S_b)} \overrightarrow{B}_a \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}^2 S}_b = 0$$

Ainsi, on aura $\boxed{M_{ab} = 0}$.

Q30. a)

$$\boxed{W_{magn} = \frac{1}{2}L_s\,i_a^2 + \frac{1}{2}L_s\,i_b^2 + \frac{1}{2}L_R\,I_R^2 + M_{aR}\,i_a\,I_R + M_{bR}\,i_a\,I_R = \frac{1}{2}L_s(i_a^2 + i_b^2) + \frac{1}{2}L_R\,I_R^2 + M_0\,I_R\,[ia\,\cos(\theta_R) + i_b\,\sin(\theta_R)]}$$

b)

$$\Gamma_{em} = \left(\frac{\partial W_{magn}}{\partial \theta_R}\right)_{i \text{ fixés}} = M_0\,I_R\,[-i_a\,\sin(\theta_R) + i_b\,\cos(\theta_R)] = M_0\,I_R\,I_{Seff}\,\sqrt{2}\,[-\cos(\omega_s\,t)\sin(\theta_R) + \sin(\omega_s\,t)\cos(\theta_R)]$$

soit

$$\boxed{\Gamma_{em} = M_0\,I_R\,I_{Seff}\,\sqrt{2}\,[\sin(\omega_s\,t - \theta_R)]}$$

Q31. Le couple électromagnétique s'écrit : $\Gamma_{em} = M_0\,I_R\,I_{Seff}\,\sqrt{2}\,[\sin((\omega_s - \Omega)\,t - \theta_0)]$

Ainsi, le couple moyen n'est non nul que si $\boxed{\Omega = \Omega_1 = \omega_s}$

Le couple moyen s'écrit alors : $\boxed{< \Gamma_{em} >= -M_0\,I_R\,I_{Seff}\,\sqrt{2}\,\sin(\theta_0)}$

Q32. Le couple est maximal quand $\sin(\theta_0) = -1$ soit $\boxed{\theta_0 = -\dfrac{\pi}{2}}$ et alors $\boxed{\Gamma_{max} = M_0\,I_R\,I_{Seff}\,\sqrt{2}}$

Étude d'une machine à plusieurs paires de pôles

Q33. *L'expression donnée pour $\Gamma_{em,p}$ n'est pas cohérente avec celle de la partie précédente. En effet, ici, $\theta_R = \Omega t - \theta_0$ alors que précédemment, on avait $\theta_R = \Omega t + \theta_0$.*

$$< \Gamma_{em,p} > \neq 0 \Rightarrow \omega_s = p\,\Omega \Rightarrow \boxed{\Omega = \Omega_p = \frac{\omega_s}{p}}$$

On a alors

$$\boxed{\Gamma_{em,p} = p\,M_0\,I_R\,I_{Seff}\,\sqrt{2}\,\sin(p\theta_0)}$$

Q34. Le réducteur permet de diminuer la vitesse de rotation du moteur. Ici, en augmentant p, on peut diminuer la vitesse de rotation du moteur donc obtenir le même effet qu'avec le réducteur : on peut donc s'en affranchir ou l'alléger.

La fréquence des courants statoriques est alors :

$$\boxed{f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{p\,\Omega_p}{2\pi} = 10 \times \frac{90 \times 2\pi}{2\pi \times 60} = 15\,\text{Hz}}$$