1. Introduction sur la notion de dipôle

La notion de dipôle électrique est abordée en électrostatique pour modéliser le comportement des diélectriques (dont l'eau est un exemple usuel). La représentation de la matière moléculaire par des dipôles électrostatiques permet de comprendre les interactions entre molécules et la cohésion des liquides.

Un dipôle électrostatique $\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$ est une association vue de loin" de deux charges voisines $+q$ et $-q$ (de somme nulle).

La notion de dipôle peut être également utilisée en magnétostatique : il s'agit de rendre compte alors du comportement magnétique de la matière, des interactions entre petites aiguilles aimantées, entre aiguille et champ extérieur, etc...

Un dipôle magnétostatique $\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S}$ est une association "vue de loin" de deux pôles nord et sud.

Nous conviendrons d'utiliser un modèle de dipôle sous la forme d'une petite spire parcourue par un courant car, pour la représentation du magnétisme de la matière, le déplacement des électrons autour d'un noyau peut être assimilé à un courant i dans une spire centrée sur le noyau.

2. Dipôles électrique et magnétiques (formulations admises)

Les **dipôles électriques** sont présents dans les molécules par exemples, ou dans les modèles d'antennes.

Les **dipôles magnétiques** sont utilisés par exemple pour représenter les aiguilles aimantées ou les aimants droits, mais aussi au niveau microscopique les petits aimants imposés par le déplacement des électrons autour des noyaux.

On peut comparer les deux présentations :

Dipôle électrique $\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$

On part du potentiel électrique créé par l'ensemble des deux charges :

$$V(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

donc $V(\vec{r}) \approx \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$.

On peut donc en déduire $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V$ donc $\vec{E}(\vec{r}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(3\vec{r}\dfrac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^5} - \dfrac{\vec{p}}{r^3}\right)$ pour lequel on retient plus facilement les formules au programme :

$$\boxed{E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3}}$$

et $$\boxed{E_\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}}$$

Dipôle magnétique $\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S}$

On part du potentiel vecteur magnétique créé par l'ensemble des deux pôles sous la forme d'une spire de section S :

$\vec{A}(\vec{r}) \approx \dfrac{\mu_0}{4\pi}\vec{\mathcal{M}} \wedge \dfrac{\vec{r}}{r^3}$ avec $\vec{B} = \overrightarrow{rot}\vec{A}$

On peut donc en déduire

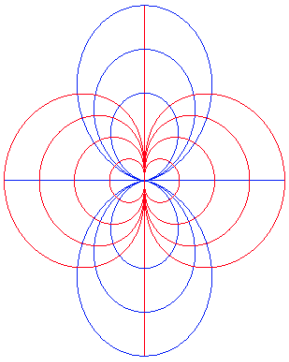
$\vec{B}(\vec{r}) = \dfrac{-\mu_0}{4\pi}\overrightarrow{grad}\left(\dfrac{\vec{\mathcal{M}}\cdot\vec{r}}{r^2}\right)$ pour lequel on retient plus facilement les formules au programme :

$$\boxed{B_r = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathcal{M}\cos\theta}{r^3}}$$

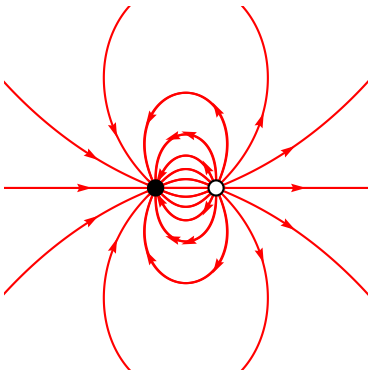
et $$\boxed{B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathcal{M}\sin\theta}{r^3}}$$

3. Forme des lignes de champ

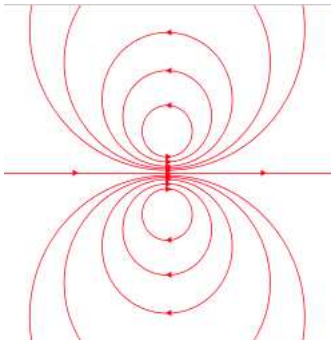
Pour les deux types de dipôles, on remarque que les lignes de champ $\vec{E}$ vérifient $\vec{E} = K.d\vec{\ell}$.
On trouve donc que $r(\theta) = r_0 \sin^2\theta$.



Cas du tracé de $r = r_0 \sin^2\theta$ (vu de loin)



cas du dipôle électrique



cas du dipôle magnétique

4. Caractéristiques

Valeurs numériques : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$H/m

Le champ décroît rapidement : il est en $\dfrac{1}{r^3}$

Si l'on assimile la Terre à un aimant de type dipolaire, la norme du champ magnétique en France ($\theta = 42^\circ$) est environ 5.10^{-5}T, bien que ce soit surtout la composante tangentielle qui soit la plus importante, car visualisée par la boussole.

Aimant droit
Aimant néodyme
Aimant supraconducteur
Soleil

5. Nécessité du modèle dipolaire

Les champs magnétiques $\vec{B}$ créés par les répartitions de courants n'ont été utilisés jusqu'à présent que dans le "vide" ou indirectement dans les conducteurs lorsque nous avons défini l'interaction des porteurs de charges avec le champ extérieur (Laplace, induction, ...).

Il reste donc à considérer le cas des milieux magnétiques et de leur interaction avec les champs : comportement des aimants permanents ou induits, etc...

6. Actions subies par un dipôle magnétique

La spire qui est le dipôle élémentaire est parcourue par un courant i, réel ou modélisé.

Elle est soumise à un champ extérieur $\vec{B}_0$. Des forces de Laplace élémentaires agissent sous la forme de $d\vec{f} = id\vec{\ell} \wedge \vec{B}_0$.

On aura donc tout à la fois la possibilité d'une résultante globale de force, ainsi qu'un moment global de force.

6. 1 Energie potentielle

On a vu que le flux du champ magnétique est $\Phi = \iint \vec{B}_0.d\vec{S}$ et que l'énergie associée est $E_m = -i\Phi$.

Cela correspond donc à une écriture modifiée sous la forme $\boxed{E_m = -\vec{\mathcal{M}}.\vec{B}_0}$

6. 2 force exercée

La force dérivant du potentiel précédent, on a $\boxed{\vec{f} = -\overrightarrow{grad}E_m = \overrightarrow{grad}(\vec{\mathcal{M}}.\vec{B}_0)}$

Cela signifie que dans le cas d'un champ extérieur uniforme, on a $\vec{f} = \vec{0}$.

? Exercice 1: Exemple de l'action sur un aimant

On peut ainsi expliquer qu'un dipôle (un petit aimant droit) subit une force qui l'entraine en translation suivant l'axe des x s'il existe un gradient de B_0 suivant x :

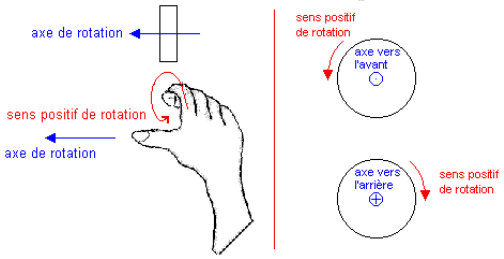
On voit que l'aimant est attiré vers la zone de champs forts.
On peut l'appliquer à l'attraction d'un aimant par un autre.

6. 3 couple exercé

Le couple de force qui s'exerce sur le dipôle est $\boxed{\vec{C} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}_0}$

? Exercice 2: Application

On peut savoir dans quel sens un dipôle $\vec{\mathcal{M}}$ va tourner autour de son centre sous l'influence de $\vec{B}_0$ car le sens du vecteur $\vec{C}$ l'indique.



Le couple $\vec{C}$ va tendre à faire s'aligner les dipôles avec le champ extérieur.
Cela est corrélé par l'étude énergétique :
$E_m = -\mathcal{M}B_0 \cos\theta$

On peut donc l'appliquer à une aiguille aimantée soumise au champ magnétique horizontal terrestre dans la direction x d'équilibre. On place des bobines de Helmholtz suivant la direction horizontale y. On fait passer un courant i_0 dans les bobines jusqu'à ce que la direction de la boussole soit à 45° de x. Ceci est une méthode de mesure du champ magnétique terrestre :

.

7. Aimantation : introduction purement informative

Historiquement, le magnétisme a été associé (grecs et chinois) aux interactions entre de petits morceaux naturels de magnétite (Fe_3O_4) et du fer ordinaire. L'aimantation peut être induite dans des matériaux par un champ extérieur. Certains oxydes de fer possèdent une aimantation permanente ou bien conservent l'aimantation (dite "rémanente") que l'on a imposé même après la suppression de la source.

Les propriétés magnétiques de la matière s'expliquent par la présence de courants microscopiques dans la matière, liés au mouvement des électrons autour du noyau, aux répartitions des nuages électroniques dans les molécules et structures cristallines, et au moment magnétique de spin propre (spin) d'un électron.

Le moment magnétique d'une boucle de courant entourant une surface est $\mu = iS$ où S est un vecteur orthogonal à la surface sous tendue par le courant électrique i et d'amplitude égale à son aire (orienté selon la normale d'Ampère selon le sens de rotation du courant). Un moment magnétique est induit s'il est créé par la présence de B. D'après la loi de Lenz, un moment magnétique induit s'oppose au champ B qui l'a créé. Certains atomes (ou molécules) portent des moments magnétiques même si $B = 0$, on dit qu'ils portent un moment magnétique permanent. Ce phénomène est à l'origine des propriétés ferromagnétique de certains matériaux.

Le moment magnétique quantique : en physique quantique, on considère que les électrons et autres particules élémentaires possèdent leur propre moment magnétique. En effet, l'idée fondamentale du moment magnétique d'un système quantique repose sur le fait qu'on associe un moment magnétique à chaque particule chargée et pourvue d'un moment cinétique.

Le moment magnétique orbital : on peut transposer le lien entre le moment magnétique et le moment cinétique qu'il existe en mécanique classique à la mécanique quantique. Ainsi, au moment cinétique orbital L d'une particule de charge q et de masse m est associé un moment magnétique orbital μ_L tel que $\mu_L = \frac{q}{2m}L$. Le facteur $q/2m$ est appelé rapport gyromagnétique.

Le moment magnétique de spin : d'une manière similaire, on définit le moment magnétique de spin μ_S par $\mu_S = g\frac{q}{2m}S$ où g est un nombre pur, appelé facteur de Landé (1921). Ce nombre varie selon la nature de la particule.

8. Aimantation : formulation

Le champ magnétique créé par la matière est la somme de deux termes :
$\vec{B} = \vec{B}(courants) + \vec{B}(dipoles)$.

8. 1 Partie de B due aux courants

La loi de Biot et Savart ainsi que les méthodes vues ensuite (Théorème d'Ampère, etc.) permettent de calculer dans le vide (ou assimilé) le champ magnétique $\vec{B}(courants)$ créé par les distributions de courants.

La remarque générale est donc que $\boxed{\vec{B}(courants) \text{ est proportionnel à } i}$

8. 2 Partie de B due au matériau donc aux dipôles associés

Les dipôles magnétiques sont sources de champ magnétique. les orientations de ces dipôles donnent ou non un champ total non nul selon les cas. On peut résumer en disant que le petit volume $d^3\mathcal{V}$ possède un moment dipolaire $d^3\vec{\mathcal{M}}$.

$\boxed{\text{On notera } \vec{M} \text{ un vecteur tel que } \vec{M} = \dfrac{d^3\vec{\mathcal{M}}}{d^3\mathcal{V}} \text{ et il sera appelé AIMANTATION du milieu}}$

Remarque : unité de $\vec{M}$?

$[M] = A/m$ donc $[B] = [\mu_0 M]$

8. 3 B total réécrit sous une forme standard

Ensuite, par analogie, puisque l'on doit sommer les deux termes, on écrit que $[B] = [\mu_0 H]$ en notant H l'EXCITATION MAGNETIQUE.

Ainsi, $\boxed{\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})}$

Réécriture du champ magnétique $\vec{B}$ total en présence d'un matériau

Le vecteur champ magnétique total $\vec{B} = \vec{B}(courants)+\vec{B}(dipoles)$ s'écrit maintenant en faisant apparaitre l'excitation magnétique $\vec{H}$ valable dans le vide (sans matériau ou avec) et l'aimantation $\vec{M}$ due au matériau et les champs respectifs sont $\mu_0\vec{H}$ et $\mu_0\vec{M}$: ainsi on a $\boxed{\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})}$

9. Courants d'aimantation

Si l'on réécrit les équations de Maxwell, notamment M.A., on a $\overrightarrow{rot}\vec{B}_{vide} = \mu_0\vec{j}_e$
avec maintenant $\vec{B}_{milieu} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$.

On a alors $\overrightarrow{rot}\vec{B} = \mu_0\overrightarrow{rot}\vec{H} + \mu_0\overrightarrow{rot}\vec{M} = \mu_0\vec{j}_e + \mu_0\overrightarrow{rot}\vec{M}$

Par analogie, Ampère considère que l'aimantation peut s'écrire comme on vient de le faire pour l'excitation :
$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{M} = \vec{j}_{\text{liées}}}$

Précisons la nature de cette densité volumique de courant : considérons un milieu caractérisé par une aimantation $\vec{M}$. Chaque élément infinitésimal de volume du matériau peut alors être assimilé à un moment dipolaire magnétique $\vec{M}d^3\mathcal{V}$, équivalent à un courant d^2I circulant à la surface de l'élément infinitésimal.

Si l'aimantation est homogène, ces courants de surface s'annulent deux à deux sur les parois communes des cellules.

Les seuls à ne pas se compenser sont les courants externes circulant à la surface de l'élément infinitésimal.
Ces courants de surface externes peuvent être décrits par une densité surfacique de courant notée $\vec{J}_S$ homogène à l'aimantation.

Sa direction est parallèle à la surface et son orientation est prise en compte par la relation : $\boxed{\vec{J}_S = \vec{M} \wedge \vec{n}}$
où $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal à la surface.

Attention : ce n'est qu'une notation, il n'y a pas réellement de "courants" dans la matière associés à l'aimantation, la réalité utilise la mécanique quantique et la notion de spins électroniques.
Par contre, cette analogie est là pour continuer à utiliser les mêmes méthodes de calculs qu'avec les courants vrais : invariances, symétries, règle du trièdre, etc.

? Exercice 3: Utilisation des courants d'aimantation

Soit un aimant permanent parallélépipédique dans les directions des axes Ox Oy et Oz, d'aimantation notée $\vec{M}$ constante. On considère que le résultat de $\vec{J}_S = \vec{M} \wedge \vec{n}$ donne $\vec{J}_S = J_S\vec{u}_z$.

9. 1 Quelle est l'expression du courant volumique d'aimantation ?

9. 2 Sur quelles faces $\vec{J}_S$ circule ?

9. 3 Exprimer les caractéristiques du vecteur $\vec{B}(M)$ et de $\vec{H}(M)$ à l'aide des plans de symétrie.

.

? Exercice 4: Cas d'un barreau aimanté

Soit un aimant permanent cylindrique de révolution d'axe Oz, de rayon R, de hauteur e et aimanté uniformément parallèlement à son axe (donc on note $\vec{M} = M\vec{u}_z$).

9. 1 Déterminer les expressions des courants (fictifs) d'aimantation.

9. 2 Calculer $B(z)$ et $H(z)$ sur l'axe de révolution.

9. 3 Que deviennent ces expressions pour un disque ($e \ll R$) ou un barreau très long ($e \gg R$) ?

.

10. relation entre $\vec{B}$, $\vec{H}$ et $\vec{M}$

Si l'on reprend les remarques précédentes, on a donc la relation suivante :

$\boxed{\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$ qui est une fonction des sources i de champ.

Les équations de Maxwell sont donc légèrement réécrites :

$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j}_e}$ en statique où l'on note souvent $\vec{j}_e = \vec{j}_{libres}$ en qualifiant de "libres" les charges électroniques réellement en mouvement

En non-statique, on a $\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j}_e + \epsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$

L'écriture $\vec{B}_{milieu} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ amène à se poser la question d'une relation éventuelle entre H et M.

L'aimantation est globalement constituée de vecteur dipolaires alignés avec le champ $\mu_0 H$ créés par les courants i. Ainsi on peut dire que M et H sont proportionnels :

$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$

11. Milieu paramagnétique ou milieu diamagnétique

11. 1 **Milieu diamagnétique**

Le comportement naturel commun à toute matière est de répondre par un principe de modération au champ extérieur : l'aimantation s'oppose à la cause par induction donc $\boxed{\chi_m < 0}$ et l'effet reste assez faible en norme.

Cas diamagnétique parfait

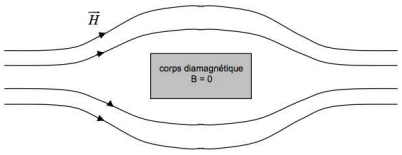


Tableau 1B
Matériaux diamagnétiques

Matière	χ	Matière	χ
Si	$-1{,}2.10^{-6}$	Se	$-4{,}0.10^{-6}$
Cu	$-1{,}08.10^{-6}$	Ag	$-2{,}4.10^{-6}$
Zn	$-1{,}9.10^{-6}$	Pb	$-1{,}4.10^{-6}$
Ge	$-1{,}5.10^{-6}$	Al_2O_3	$-3{,}5.10^{-6}$

11. 2 **Milieu paramagnétique**

Les dipôles subissent le couple dû au champ extérieur et s'orientent complètement ou partiellement dans la direction et le sens de $\mu_0 H$ donc $\boxed{\chi_m > 0}$ avec une norme plus importante que dans le cas du diamagnétisme.

Cas paramagnétique

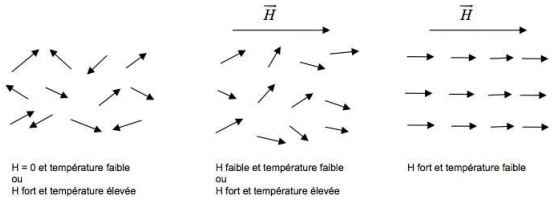


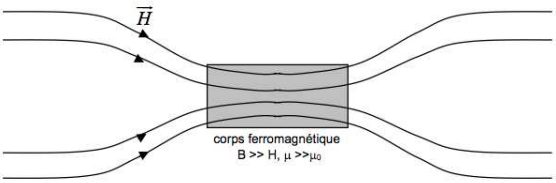
Tableau 1A Matériaux paramagnétiques			
Matière	χ	Matière	χ
Na	$8{,}6.10^{-6}$	Pt	$1{,}2.10^{-5}$
Al	$7{,}7.10^{-6}$	U	$3{,}3.10^{-5}$
Mn	$1{,}2.10^{-4}$	CoO	$0{,}75.10^{-3}$
Ta	$1{,}1.10^{-6}$	Fe_3C*	$3{,}7.10^{-5}$
W	$3{,}5.10^{-6}$	Fe_γ*	$2{,}5.10^{-5}$

12. Milieu ferromagnétique

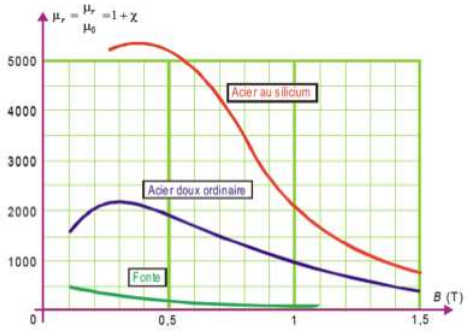
12. 1 **Description du milieu**

Dans ce cas intéressant, la relation $M = \chi_m(H)H$ qui est une relation non linéaire mais l'effet peut être plusieurs milliers de fois plus grand que le paramagnétisme.

En effet, on a des interactions entre dipôles dans ces matériaux dont il faut tenir compte.



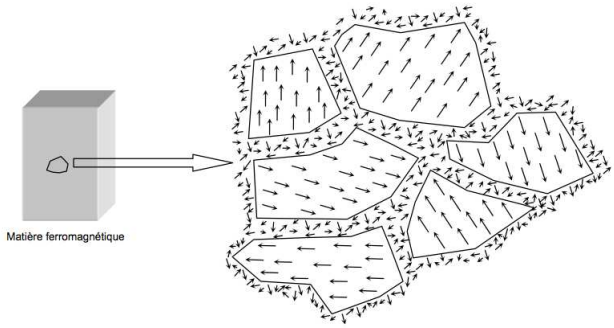
Cas ferromagnétique

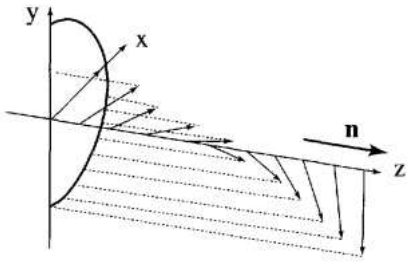


Exemples de matériaux ferromagnétiques : le fer (Fe) et la magnétite (Fe_3O_4), le cobalt (Co), le nickel (Ni) et certains de leurs alliages (aciers, ferronickels, ferrites). Les ferrites sont des matériaux pratiquement isolants, ce sont des composés dont la formule générale est XFe_2O_4 où X représente un métal bivalent comme le cobalt, le nickel, le cuivre ou le zinc.

On pose alors $\vec{B} = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}$ et dans le cas $\mu_r = cste$, on parle de **milieu L.H.I.**

Domaines de WEISS :



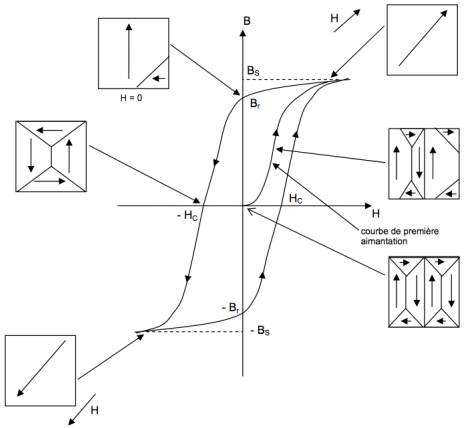


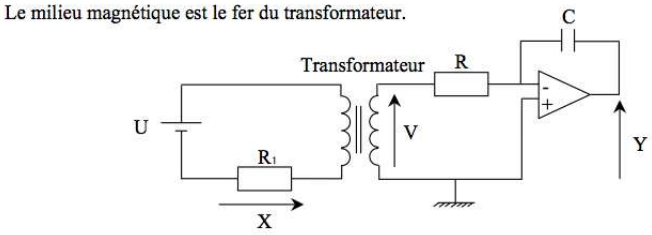
Dans chaque domaine, les moments magnétiques atomiques tendent à être alignés. Les parois (de Bloch) séparant les domaines sont des zones étroites où les moments atomiques ne sont pas alignés.
Lorsque H augmente à partir de zéro, les parois de Bloch se déplacent, entraînant une magnétisation de l'échantillon et donc un champ B non nul. Quand H est suffisamment intense, un seul domaine occupe tout l'échantillon. Le champ B_s (B de "**saturation**") est donc le champ d'induction maximal de l'échantillon.

12. 2 Cycle d'hysteresis

Si on diminue H , on oblige les parois à se déplacer de nouveau. Le mouvement de retour n'est pas le même que celui suivi lorsque H augmentait parce qu'une partie du mouvement des parois est irréversible.
La magnétisation qui reste lorsque $H = 0$ s'appelle **magnétisation rémanente** (B_r) ou **champ rémanent**.

Le champ H_c nécessaire pour ramener B à zéro s'appelle le **champ coercitif**.





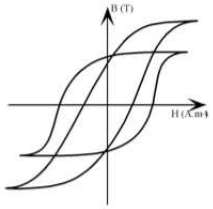
Le cycle de la figure est appelé cycle d'hystérésis, du grec "retard", en effet B suit H avec un certain retard. La réorganisation des parois de Bloch provoque de l'agitation au sein des atomes et donc de la chaleur. La chaleur, les pertes par hystérésis sont proportionnelles à la surface du cycle et au nombre de fois que ce cycle est effectué par seconde dans le cas où H est produit par un courant alternatif.

12. 3 Milieu ferromagnétique "dur"

Matériaux durs :

matériaux (ex. : acier) qui présentent une forte aimantation rémanente et difficile à annuler (Hc est grand). Ils sont utilisés pour faire des aimants permanents.

Le cycle est large.



Exemple d'alliages utilisés pour les aimants.

Ferrite (oxyde de fer)	Samarium-Cobalt (Sm-Co)
Saturation à ≈ 0,6 T	saturation à ≈ 1 T
Br ≈ 0,4 T	Br = 0,8 T
Hc ≈ 200 kA/m	Hc = 500 kA/m

12. 4 Milieu ferromagnétique "doux"

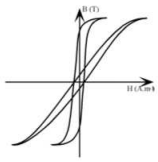
Les métallurgistes ont mis au point des tôles à cycle d'hystérésis très étroit et donc à faibles pertes : les tôles à grains orientées. Ces tôles contiennent 3 % de leur poids en silicium, moins riches en silicium, elles seraient moins performantes, plus riches on ne sait pas les fabriquer. Leur caractère spécifique réside dans leur texture cristalline : tous les cristaux cubiques que compte la tôle (ils sont de très grande taille, dépassant souvent un centimètre) possèdent des orientations très voisines. La direction de laminage, dans le plan de la tôle, est toujours très voisine d'une arête du cube (le cristal) qui est aussi la direction d'aimantation facile. Il apparaît alors dans la tôle une structure en domaines particulièrement intéressante, constituée de domaines principaux réguliers en bandes parallèles, d'aimantations alternées, séparées par des parois de Bloch à 180° très mobiles. Cette tôle acquiert donc très

facilement une aimantation importante parallèlement à sa direction de laminage et ses pertes sont faibles. On les utilise surtout dans la construction des circuits magnétiques des transformateurs. La découverte de ces tôles remonte à 1934. Les recherches dans ce domaine se poursuivent toujours.

Matériaux doux :

matériaux (ex. : fer) qui possèdent une aimantation rémanente facile à annuler (Hc est petit). Ils sont utilisés pour les moteurs et les tôles des circuits magnétiques des transformateurs.

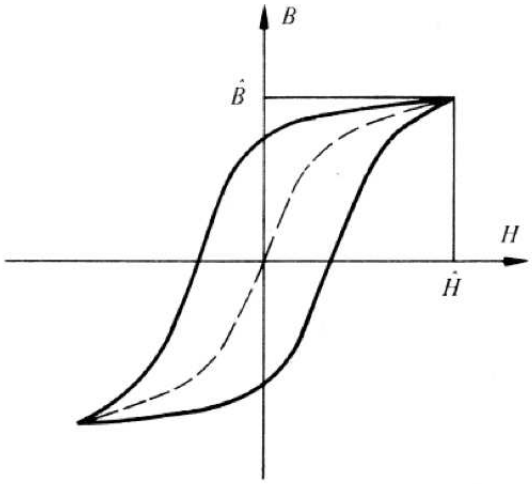
le cycle est étroit.

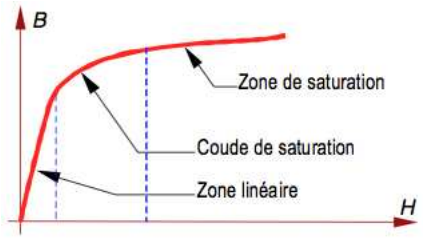


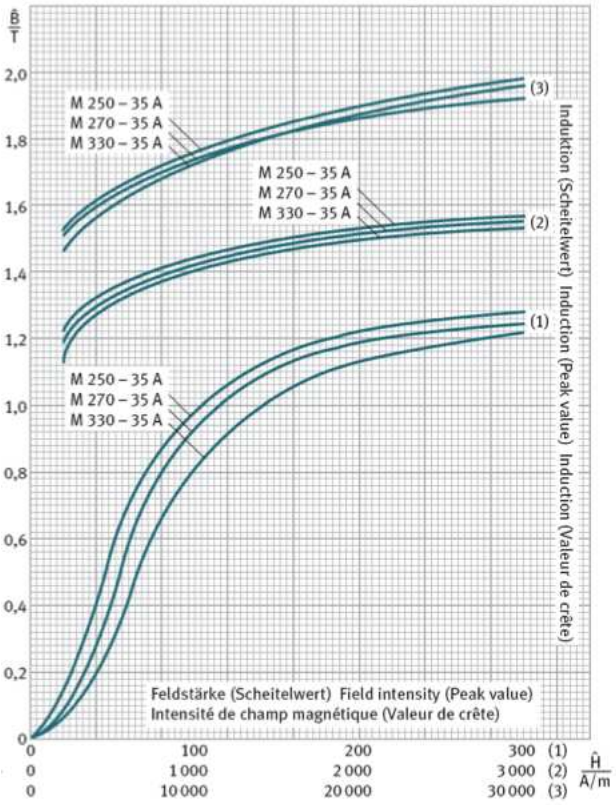
Exemple d'alliages utilisés pour les tôles des transformateurs

FeSi 3,5% de Si	FeSi à grains orientés
Saturation à 2 T	saturation à 3 T
Br ≈ 0	Br = 1,4 T
Hc ≈ 0	Hc = 8 A/m
μr = 7000 à 50 Hz	μr > 40 000 à 50 Hz

13. Exploitation des courbes d'hysteresis et/ou de première aimantation







14. Ferromagnétique : existence d'une température critique

Température de CURIE

Pour un paramagnétique, lorsque la température est très proche de la température critique, on peut montrer (formule à ne pas connaître) que

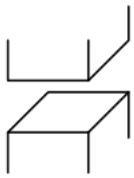
$M = \dfrac{N\mu_B^2}{k_B(T-T_C)}\mu_0 H = \mu_0\chi_m H$ avec μ_B le magnéton de Bohr, $\mu_B = \dfrac{eh}{4\pi m_e} = \dfrac{e\hbar}{2m_e}$.

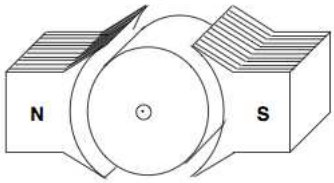
Pour T voisin de T_C, $\chi_m \to \infty$ ce qui donne donc que le matériau se désaimante à cause de l'agitation thermique. Ceci est vérifié aussi avec les ferromagnétiques.

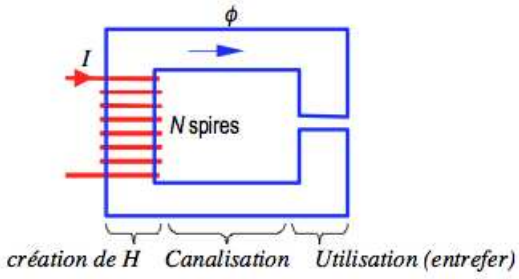
Ainsi un clou chauffé et porté à une température supérieure à T_C n'est plus attiré par un aimant. Pour le fer, T_c est de l'ordre de $1000\,K$.

15. Circuit magnétique avec ou sans entrefer : analyse

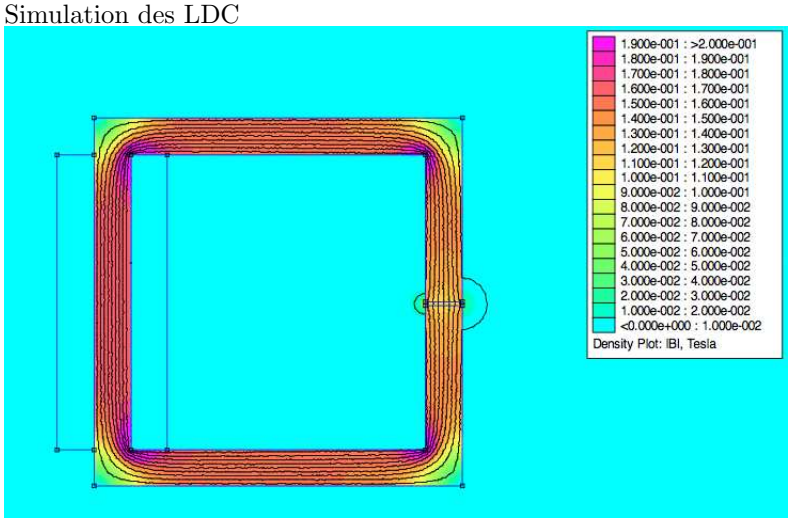
Un circuit magnétique est la partie ferromagnétique guidant le flux magnétique d'un système électrique (exemples : le noyau d'un transformateur ou le corps d'un moteur). De nombreux circuits magnétiques, entrant dans la constitution des machines électriques, comportent obligatoirement un entrefer. Exemple des moteurs dont le circuit magnétique est composé du stator (partie fixe) et du rotor (partie mobile). L'entrefer est indispensable pour permettre la rotation du rotor.

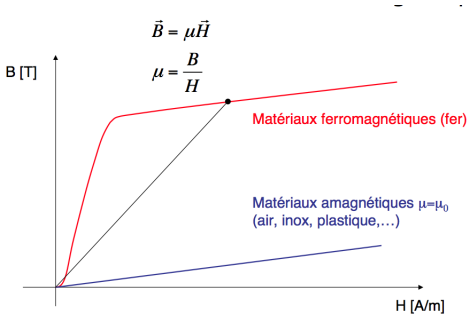




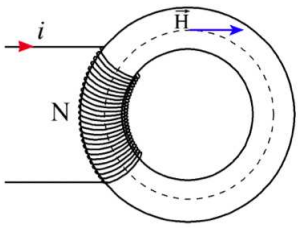


Simulation des LDC

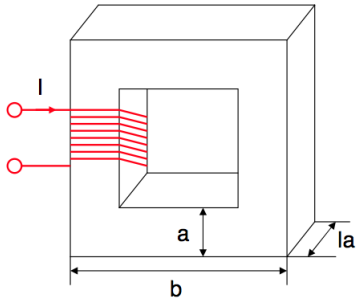




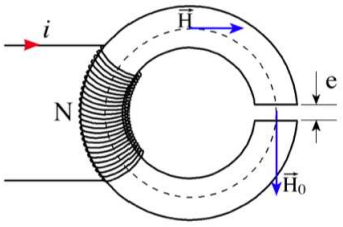
Cas d'un tore sans entrefer :
on applique le théorème d'Ampère et on trouve donc que
dans la matière $H.\ell = N.i$



Autre forme de circuit magnétique :



Cas d'un tore avec entrefer :
on applique le théorème d'Ampère et on trouve donc que
dans la matière, $C_1 = H.(\ell - e)$
dans l'entrefer (air) : $C_2 = H_0.e$



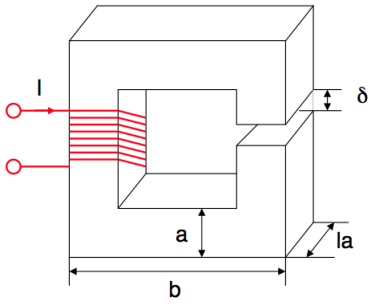
Donc $H.(\ell - e) + H_0.e = N.i$

Les LDC sont orthogonales aux interfaces entre air et matériau magnétique.

On a donc $B.\dfrac{\ell - e}{\mu_r} + B_0.e = \mu_0 Ni$

En conclusion, si $\mu_r \gg 1$ on a $\boxed{B_0 \approx \dfrac{\mu_0 Ni}{e}}$ d'où l'intérêt d'un entrefer de petite dimension.

Autre forme de circuit magnétique :



16. Circuit magnétique avec ou sans entrefer : analogie électronique

17. Inductance propre d'une bobine à noyau de fer doux modélisé linéairement

Pour un circuit magnétique torique, on a $H.\ell = N.i$

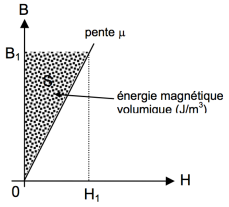
La tension aux bornes de la bobine est $u = -e = NS\dfrac{dB}{dt}$

Dans le cas d'un milieu L.H.I., on a $u = \dfrac{\mu_0\mu_r N^2 S}{\ell}\dfrac{di}{dt}$

$\boxed{L = \dfrac{\mu N^2 S}{\ell}}$ d'où l'intérêt du milieu.

18. Energie d'une bobine à noyau avec ou sans entrefer

$H.\ell = N.i$ et $u = -e = NS\dfrac{dB}{dt}$ donc $p(t) = \ell SH\dfrac{dB}{dt}$ avec $V = \ell S$ pour le tore.

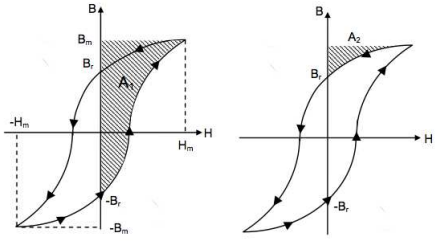


On a donc $\boxed{p_{vol} = H\dfrac{dB}{dt}}$

L'énergie stockée dans un matériau L.H.I. est $E = \frac{1}{2}V.B.H = V\dfrac{B^2}{2\mu}$

19. Pertes fer d'une bobine réelle à noyau = pertes par courants de Foucault et par hysteresis

L'énergie accumulée pour $H : 0 \to H_m$ est $E_1 = V\int_{-B_r}^{B_m} HdB > 0$. Ensuite, pour $H : H_m \to 0$, l'énergie cédée est $E_2 = V\int_{B_m}^{B_r} HdB < 0$. Les pertes par hysteresis sont donc $\boxed{P_H = \frac{V}{T}\oint_{cycle} HdB = V.f.A}$ où A est l'aire du cycle.



Les pertes Foucault sont $P_F = K.V.f^2.B_m^2$